

فصل چهاردهم

آنالیز حساسیت

آنالیز حساسیت^۱ در واقع یک نوع بازنگری به یک ارزیابی اقتصادی است. با این سؤال که آیا پس از انجام پروژه، تخمینهای اولیه می‌توانند بخوبی نمایانگر شرایطی باشند که در آینده پیش خواهند آمد و بر طرح اثر خواهند گذاشت؟ هدف از آنالیز حساسیت، کمک به تصمیم‌گیرندگان است، بدین ترتیب که اگر پارامترهای اولیه تغییر نماید و نتایج اولیه تغییر نکند، برای سرمایه‌گذار امیدوارکننده بوده و احساس بهتری خواهد داشت.

آنالیز حساسیت بوسیله روشهای NPW، ROR و NEUA و با بکار بردن فرآیند مالی قبل از مالیات یا بعد از آن، قابل انجام است. آنالیز حساسیت را می‌توان برای هر یک از عناصر درگیر، بررسی نمود و نتایج را روی نمودار هندسی، بصورت درصد تغییرات عناصر اصلی نشان داد. از محاسن نمودارهای هندسی این است که ترکیبی از اطلاعات را روی نمودار واحدی که به آسانی قابل فهم است، نشان می‌دهند. همه رویکردها با این سؤال آغاز می‌شوند که «چه می‌شود اگر»، بعنوان مثال چه می‌شود اگر:

* فروش نسبت به آنچه که پیش‌بینی شده بود، تغییر نشان دهد؟

* فرآیند مالی از الگوی طرح‌ریزی شده پیروی نکند؟

* رقیب بهتری در آینده ظاهر شود؟

* تورم بیشتر از آنچه که انتظار می‌رود باشد؟

* کمبود، باعث انفصال عملیات گردد؟

و غیره.

در مورد تصمیمات خطیر، لیست فوق بسیار طولانی خواهد بود. بنابراین باید یک یا تعدادی از عوامل بحرانی تر را در نظر گرفت و نتیجه تغییرات آن عوامل را بررسی نمود. بطور خلاصه «آنالیز حساسیت عبارت است از تکرار محاسبات یک فرآیند مالی با تغییر دادن پارامترهای اصلی و مقایسه نتایج بدست آمده با نتایج حاصل از اطلاعات اولیه». اگر تغییر کوچکی در یک پارامتر، منجر به تغییر چشمگیری در نتایج گردد، گفته می شود که طرح نسبت به آن پارامتر حساسیت دارد و آن یک پارامتر حساس است. در این فصل رویه های معمول جهت ارزیابی انحراف از اطلاعات اصلی به کمک نمودارهای هندسی، مورد بحث قرار می گیرد.

● مثال ۱-۱۴. در اکثر صنایع خدماتی، تقاضا با توجه به روند ملی یا محلی، کاهش یا افزایش می یابد. تورم، میزان خدمات و سایر شرایطی که نمی توانند با اطمینان پیش بینی شوند، بر فرآیند مالی طرح اثر می گذارند. جهت تصمیم گیری در مورد استفاده از نیروی پرسنلی بیشتر، شرکتی علاقمند به داشتن اطلاعاتی در زمینه میزان تقاضا برای خدمات جدید و امکان افزایش هزینه های پرسنلی است.

با توجه به ماهیت سرویس، ممکن است تقاضای واقعی ۱۰ درصد از مقدار پیش بینی شده تجاوز نموده یا ۱۰ درصد نسبت به آن کمتر باشد، همچنین امکان دارد هزینه های پرسنلی واقعی ۵ یا ۱۰ درصد نسبت به مقدار اولیه افزایش داشته باشد. اثر این تغییرات را بر ارزش فعلی پروژه تعیین کنید.

حل: مقدار ارزش فعلی در ازاء مقادیر مختلف محاسبه شده و نتایج محاسبات در جدول ۱-۱۴ نشان داده شده است:

سطح تقاضا			هزینه پرسنلی
کاهش ۱۰ درصد	اطلاعات اصلی	افزایش ۱۰ درصد	
۲۵۰,۰۰۰	۳۰۰,۰۰۰	۴۲۰,۰۰۰	اطلاعات اصلی
۲۵۵,۰۰۰	۳۱۰,۰۰۰	۴۴۰,۰۰۰	افزایش ۵٪
۲۶۵,۰۰۰	۳۲۵,۰۰۰	۴۶۵,۰۰۰	افزایش ۱۰٪

جدول ۱-۱۴ ارزش فعلی طرحی که تحت تاثیر تغییرات تقاضا و افزایش هزینه‌های پرسنلی قرار دارد را نشان می‌دهد.

از این جدول معلوم می‌شود که PW نسبت به هزینه‌های پرسنلی، حساسیت چندانی ندارد و وجود خطا در تخمین هزینه پرسنلی، باعث تصمیم‌گیری نادرست خواهد شد. اما افزایش یا کاهش به میزان ۱۰ درصد تقاضا، باعث تغییرات قطعی در ارزش فعلی می‌گردد، بطوریکه ۱۷ تا ۴۳ درصد از اطلاعات اصلی انحراف دارد. این حساسیت بیانگر این مطلب است که برای اطمینان از صحت مقدار تقاضا، مطالعات بیشتری باید انجام شود.

بررسی حساسیت یک پروژه

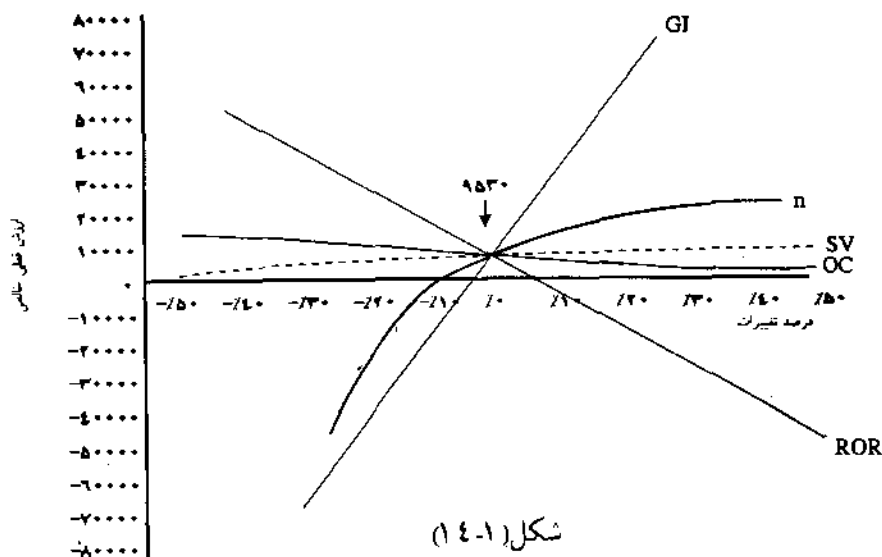
تصور کنید بخواهیم براساس تخمینهای زیر و تجزیه و تحلیل آزمایشی قبل از مالیات، درباره یک فرصت تجاری تصمیم‌گیری نمائیم:

عوامل اقتصادی	NPW برای دوره ۱۰ سال و $MARR = ۱۳\%$
درآمد سالیانه ۳۵,۰۰۰	+ ۱۸۹,۹۱۷
هزینه اولیه ۱۷۰,۰۰۰	- ۱۷۰,۰۰۰
ارزش اسقاطی ۲۰,۰۰۰	+ ۵,۸۹۲
هزینه‌های سالیانه ۳,۰۰۰	- ۱۶,۲۷۹
ارزش فعلی خالص (NPW)	۹,۵۳۰

هزینه اولیه، قابل اعتمادترین مقدار شناخته شده مساله است. سایر عوامل می‌توانند بطور قابل ملاحظه‌ای در دوره ۱۰ سال تغییر نمایند. با توجه به انحراف پیش‌بینی نشده از شرایط تخمینی ممکن است دوره مطالعه نامناسب باشد، عمر مفید طرح کوتاه‌تر از ۱۰

سال یا بلندتر از ۱۰ سال باشد، درآمدهای سالیانه تغییر کنند و یا حتی ممکن است حداقل نرخ جذب کننده ۱۳٪ زیر سؤال قرار بگیرد و لازم باشد که بیشتر یا کمتر از این مقدار باشد. برای بررسی حسامیت پروژه نسبت به این تغییرات، از «نمودار هندسی حسامیت»^۱ استفاده می شود. در شکل (۱۴-۱) مجموعه ای از سؤالات فوق بررسی و نتایج حاصله نشان داده شده اند. منحنی ها با جایگزین مقادیر مختلف به جای یک فاکتور در فرمول NPW، در حالیکه مقدار بقیه فاکتورها ثابت باشند، حاصل می شوند:

$$NPW = - (P/A, i\%, n) + (P/F, i\%, n) \text{ (ارزش اسقاطی)} + \text{هزینه اولیه} \\ (P/A, i\%, n) \text{ (هزینه ها - درآمدها)}$$



شکل (۱۴-۱)

نمودار هندسی حسامیت، تاثیر تغییرات
نسبت به مقادیر تخمینی اولیه بر PW خالص

صعود یا نزول بیشتر یک منحنی، نشان‌دهنده حساسیت بیشتر طرح نسبت به پارامتر آن منحنی می‌باشد. نمودار هندسی حساسیت نشان می‌دهد که تغییر تا ۵۰ درصد از تخمینهای اولیه برای ارزش اسقاطی و هزینه‌های سالیانه، تاثیری بر پذیرش طرح ندارد. سایر فاکتورها نظیر حداقل نرخ جذب‌کننده قابل قبول، عمر طرح و مقدار درآمد سالیانه حتی با ۱۰ درصد تغییر از مقادیر تخمینی اولیه، تصمیم اقتصادی بودن طرح را تغییر می‌دهند. در این موارد برای پیش‌بینی شرایط آینده باید دقت بیشتری اعمال شود.

منحنی بی‌تفاوتی^۱

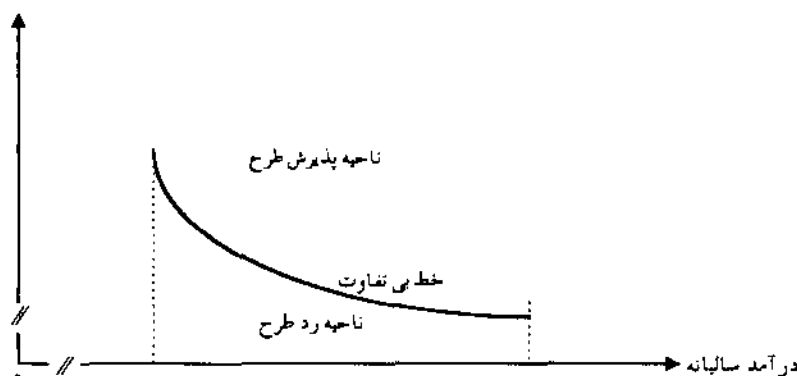
معمولاً عمر مفید و درآمد سالیانه حساسترین عوامل ارزیابی پروژه هستند. ترکیبات محدودکننده برای پذیرش یا رد پروژه به صورت منحنی بی‌تفاوتی در شکل ۲-۱۴ نشان داده شده است. یک منحنی بی‌تفاوتی، دلالت بر ترکیبات عمر طرح و اندازه درآمد سالیانه‌ای دارد که ارزش فعلی پروژه را نه مثبت و نه منفی (شرایط بی‌تفاوتی) می‌سازد (سایر عوامل ثابت‌اند). بنابراین کاهش در عمر مفید از ۱۰ سال به ۸ سال باید با افزایش درآمدهای سالیانه با حداقل ۱,۸۵۹ = ۳۶,۸۵۹ - ۳۵,۰۰۰ واحد پولی باشد (MARR = ۱۳٪).

$$NPW = 0 = -170,000 + 20,000 (P/F, 13\%, 8) + (36,859 - 3,000) (P/A, 13\%, 8) \\ 0 = -170,000 + 20,000 (0.37616) + 33,859 (4.7987)$$

بدیهی است مقدار درآمد سالیانه ۳۶,۸۵۹ واحد پولی از حل رابطه زیر برحسب x حاصل شده است:

$$-170,000 + 20,000 (P/F, 13\%, 8) + (x - 3,000) (P/A, 13\%, 8) = 0 \\ x = 36,859$$

عمر مفید طرح (سال)



شکل (۲-۱۴)

شکل ۲-۱۴- نمایش منحنی بی تفاوتی ترکیب عمر طرح و درآمدهای سالیانه که در آنها ارزش فعلی صفر است. هر ترکیب که در بالای منحنی بی تفاوت قرار بگیرد دال بر این است که طرح پذیرفته می شود (سایر فاکتورها ثابت اند)

نواحی پذیرش و رد پروژه^۱

هر نمودار که بر مبنای بیش از یک پارامتر رسم گردد از دو قسمت «پذیرش» و «رد» تشکیل شده است. دو پارامتر مهم می تواند برای مطالعه حساسیت انتخاب گردد. اگر دو پارامتر انتخاب گردد، رابطه ای جهت تعیین ارزش فعلی یا ارزش سالیانه یکنواخت پروژه که در آن یک پارامتر روی محور x و پارامتر دیگر روی محور y باشد، نوشته می شود. منظور از رابطه، عبارت است از بیان مقادیر مربوط به پارامترهای x و y بطوریکه ارزش سالیانه یا ارزش فعلی حاصله صفر گردد. نتیجه به صورت خطی در نمودار هندسی حساسیت نشان داده می شود. درصد تغییرات از اطلاعات اولیه که در یک طرف خط قرار می گیرد، بیانگر ارزش مثبت پروژه و تغییراتی که در طرف دیگر نزول می کنند بیانگر ارزش منفی پروژه است.

● مثال ۱۴-۲- می‌خواهیم حساسیت طرح نشان داده شده در شکل ۱۴-۱ و ۱۴-۲ را نسبت به درآمد و هزینه سالیانه بررسی کنیم. در حقیقت هدف ما اینست که دریابیم که درصد تغییرات توام هر یک از این پارامترهای بحرانی تا چه اندازه باشد، بدون اینکه پروژه از لحاظ اقتصادی رد شود. پروژه در صورتی رد می‌شود که ارزش سالیانه معادل منفی باشد. یک نمودار هندسی حساسیت که نواحی رد و قبول را مشخص نماید، ایجاد کنید.

حل: فرض کنید x نمایانگر درصد تغییرات درآمد و y درصد تغییرات هزینه سالیانه باشد. ارزش سالیانه معادل این پروژه عبارت است از:

$$\begin{aligned} NEUA &= -170,000 (A/P, \%, 13, 10) + 35,000 (1+x) - 3,000 (1+y) \\ &\quad + 20,000 (A/F, \%, 13, 10) \\ &= -170,000 (0/18429) + 35,000 + 35,000x - 3,000 - 3,000y \\ &\quad + 20,000 (0/05429) \\ &= 1,757 + 35,000x - 3,000y \end{aligned}$$

تا زمانی که $NEUA > 0$ است، پروژه سودده و در نتیجه قابل قبول است. بعبارت دیگر:

$$x > \frac{3,000}{35,000}y - \frac{1,757}{35,000}$$

$$x > 0/0857y - 0/0502$$

اگر این نامعادله به صورت نموداری که محورهای x و y آن بر حسب درصد باشند رسم شود، خط بی تفاوت، نمودار را به دو ناحیه قابل قبول و رد تقسیم خواهد کرد. ناحیه پذیرش در یک طرف خط است که $NEUA > 0$ باشد و ناحیه رد در طرف دیگر. شیب نزدیک به خط عمود، نشان می‌دهد که پروژه نسبت به تغییرات فاکتور x (درآمد) بسیار حساس و نسبت به فاکتور y کاملاً غیرحساس است.

مرکز نمودار حساسیت در شکل ۱۴-۳ بیانگر شرایط اولیه پروژه است، جایی که

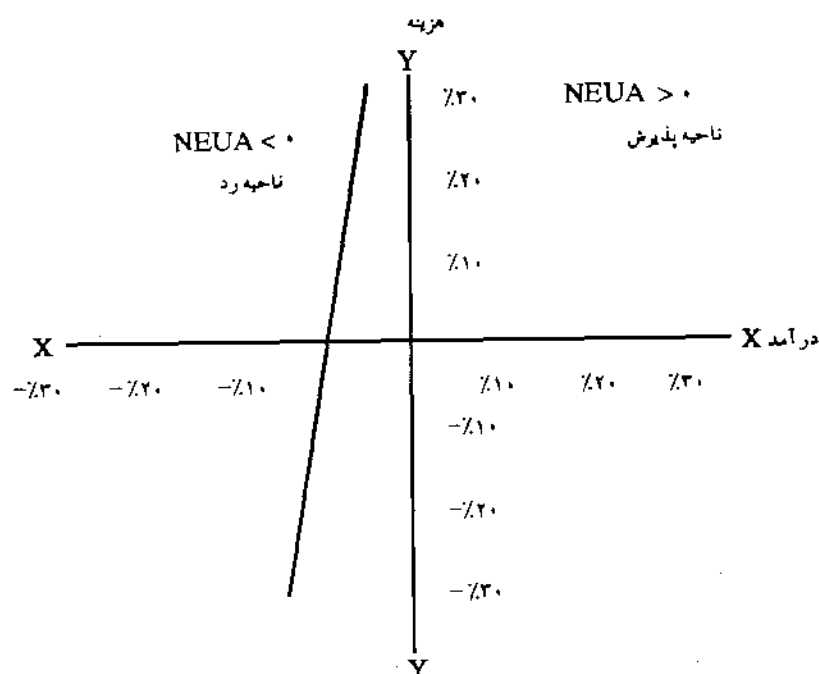
$NEUA = 1,757$ در $x = -5$ درصد و $y = 0$

$$NEUA = 1,757 + 35,000(-0.05) - 3,000(0) = 7$$

و در $x = 0$ درصد و $y = 5$ درصد

$$NEUA = 1,757 + 35,000(0) - 3,000 - (0/0.5) = 1,970$$

بنابراین مطالعه حساسیت، بوضوح تاکید بر خطیر بودن پیش‌بینی صحیح درآمدهای آینده می‌نمایند.



شکل ۳-۱۴. درصد تغییرات از اطلاعات تخمینی دو فاکتور هزینه و درآمد سالیانه
(بقیه عوامل ثابت‌اند)

حدود تخمین^۱

اگر مقدار پارامترها در آینده کم یا زیاد شود، حالت‌های مختلف تخمین را می‌توان در نظر گرفت. سه حالت زیر متداول‌ترین تخمین‌ها می‌باشند: تخمین محتمل یا متوسط^۲، تخمین خوشبینانه^۳ و تخمین بدبینانه^۴. حساسیت پروژه را نسبت به پارامترهای متغیر با مقایسه^۵ EUAC، PW، یا ROR سه محور مجموعه از تخمین‌ها مقایسه می‌کنیم. حدود تخمین به صورت زیر است:

۱- تخمین محتمل یا متوسط (M): احتمالی‌ترین فرآیند مالی می‌باشد و اگر تنها از یک تخمین استفاده شود همین مورد خواهد بود.

۲- تخمین خوشبینانه (O): ارزیابی خوشبینانه براساس تغییر سودمندانه شرایط آینده است.

۳- تخمین بدبینانه (P): ارزیابی بدبینانه از آینده که بر فرآیند مالی تاثیر سوء دارد. تخمین‌های خوشبینانه یا بدبینانه در واقع شرایط حدی می‌باشند، یعنی بهترین و بدترین شرایطی که ممکن است رخ دهد. رویکرد سه تخمینی همچنین برای قیمت‌ها، میزان تولید و نرخ بازگشت سرمایه ممکن است مفیدتر از ارزیابی یک تخمینی و در نتیجه دارای کاربرد بیشتری است.

میانگین^۵ و واریانس تخمین^۶

میانگین و واریانس تخمین‌های مذکور براساس «توزیع آماری بتا»^۷ بشرح زیر تعریف می‌شود:

$$\text{میانگین (حد متوسط) تخمین‌ها} = \frac{O + 4M + P}{6} \quad (14-1)$$

$$\text{واریانس تخمین‌ها} = \left(\frac{O - P}{6} \right)^2 \quad (14-2)$$

1 - Range of Estimates

2 - Most Likely

3 - Optimistic

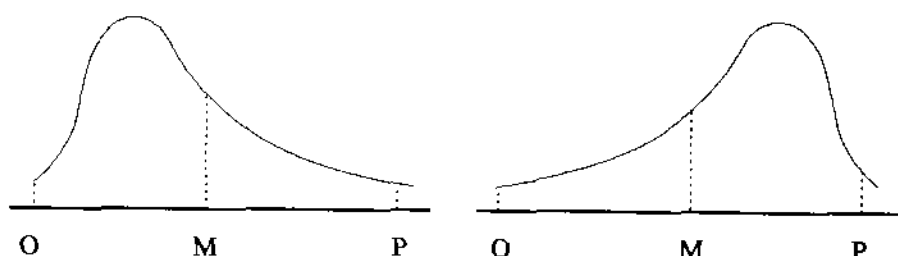
4 - Pessimistic

5 - Mean

6 - Variance

7 - Beta Distribution

طبق رابطه (۱۴-۱) مقدار تخمین متوسط، بیشترین وزن را داراست. شکل‌های زیر بنا را با انحنا به سمت راست و چپ نشان می‌دهد:



● مثال ۱۴-۳- طرحی در مورد یک برنامه آموزشی در دست است و پیش‌بینی می‌شود که این طرح در پروسه تولید که قبلاً به صورت دستی انجام می‌شده، بهبودهایی ایجاد نماید. انتظار می‌رود که این طرح دارای هزینه کمتری نسبت به طرح قبلی باشد. نظر به اینکه میزان سود به مقدار تولید و قیمت‌ها که توابعی از وضع بازار و شرایط عمومی اقتصادی‌اند بستگی دارد، پیش‌بینی منافع حاصل از این برنامه مشکل است. دامنه‌ای از تخمین‌ها جهت شرایط ممکن آینده ارائه شده است. آیا اجرای برنامه آموزشی اقتصادی است؟ $MARR = 15\%$

تخمین بدبینانه	تخمین محتمل (متوسط)	تخمین خوشبینانه	
۶۰,۰۰۰	۷۵,۰۰۰	۱۰۰,۰۰۰	تولید سالیانه اضافی (واحد)
۲	۳	۳/۵	قیمت واحد (واحد پولی)
۱۲۰,۰۰۰	۲۲۵,۰۰۰	۳۵۰,۰۰۰	درآمد سالیانه (واحد پولی)
۵	۶	۷	عمر پروژه یا عمر درآمدها (سال)
۴۵,۰۰۰	۳۵,۰۰۰	۳۰,۰۰۰	هزینه آموزش در سال (واحد پولی)
۲	۲	۱	دوره آموزش (سال)
۹۰,۰۰۰	۱۶۰,۰۰۰	۲۷۵,۰۰۰	هزینه عملیاتی‌ت‌روش جدید تولید در سال
۳۰,۰۰۰	۳۰,۰۰۰	۳۰,۰۰۰	هزینه ثابت وسایل مصرفی

حل: تحلیل قبل از کسر مالیات براساس حداقل نرخ جذب کننده ۱۵ درصد با محاسبه ارزش فعلی فرآوردهای مالی سه حالت ممکن: بدینانه (P) متوسط (M) و خوشبینانه (O) بشرح زیر است:

$$PW_P = (120,000 - 90,000)(P/A, \%, 15, 5) - 45,000(P/A, \%, 15, 2) - 30,000 \\ = 30,000(3/3521) - 45,000(1/6257) - 30,000 = -2,594$$

$$PW_M = (225,000 - 160,000)(P/A, \%, 15, 6) - 35,000(P/A, \%, 15, 2) - 30,000 \\ = 65,000(3/7844) - 35,000(1/6257) - 30,000 = 159,086$$

$$PW_O = (350,000 - 275,000)(P/A, \%, 15, 7) - 30,000(P/A, \%, 15, 1) - 30,000 \\ = 75,000(4/1604) - 30,000(0/8696) - 30,000 = 255,943$$

اگرچه در حالت P یعنی زمانی که همه چیز بد پیشبینی شود، زیان کم و طرح اقتصادی نیست، ولی تحت شرایط خوشبینانه (O) و متوسط (M) طرح بسیار جذاب بنظر می‌رسد. این مثال نشان می‌دهد که اگر همه چیز خوب پیش برود، برنامه آموزشی بازده خوبی خواهد داشت.

بدیهی است با توجه به زیان بسیار کم در حالت بدبینانه و سود سرشار در حالت‌های خوشبینانه و متوسط، نیازی به کاربرد رابطه (۱-۱۴) احساس نمی‌شود.

● مثال ۴-۱۴- سه تخمین زیر از پروژه‌ای بعمل آمده است. اگر حداقل نرخ جذب کننده ۱۵ درصد باشد، آیا پروژه اقتصادی است؟

تخمین خوشبینانه	تخمین متوسط	تخمین بدبینانه	
۱۰,۰۰۰	۱۰,۰۰۰	۱۰,۵۲۰	هزینه اولیه (واحد پولی)
۲,۰۰۰	۱,۹۸۰	۱,۹۰۰	درآمد سالیانه (واحد پولی)
۱۲	۱۲	۹	عمر مفید (سال)
۱,۰۰۰	—	—	ارزش اسقاطی (واحد پولی)

حل: اگر هر یک از تخمینهای خوشبینانه (O)، متوسط (M) و بدبینانه (P) را در نظر بگیریم، جهت محاسبه نرخ بازگشت سرمایه خواهیم داشت:

$$10,000 = 2,000 (P/A, i\%, 12) + 1,000 (P/F, i\%, 12)$$

$$\Rightarrow ROR_O = 11\%$$

$$10,000 = 1,980 (P/A, i\%, 12) \Rightarrow ROR_M = 11.6\%$$

$$10,520 = 1,900 (P/A, i\%, 9) \Rightarrow ROR_P = 11\%$$

چون نرخ بازگشت سرمایه تخمین بدبینانه، کمتر از نرخ بازگشت موردانتظار (۱۵ درصد) است، نیاز به محاسبه میانگین تخمینها و محاسبه نرخ بازگشت سرمایه براساس میانگین تخمینها احساس می شود. محاسبات مقادیر تخمینها بشروح زیر است:

$$\text{حد متوسط هزینه اولیه} = \frac{10,000 + 4(10,000) + 10,520}{6} = 10,086$$

$$\text{حد متوسط درآمد سالیانه} = \frac{2,000 + 4(1,980) + 1,900}{6} = 1,970$$

$$\text{حد متوسط ارزش اسقاطی} = \frac{1,000 + 4(0) + 0}{6} = 166.7$$

$$\text{حد متوسط عمر مفید} = \frac{12 + 4(12) + 9}{6} = 11.5$$

$$10,086 = 1,970 (P/A, i\%, 11.5) + 166.7 (P/F, i\%, 11.5) \Rightarrow ROR = 16\%$$

نظر به اینکه نرخ بازگشت سرمایه براساس حد متوسط، بیشتر از حداقل نرخ جذب کننده قابل قبول (۱۵ درصد) است، طرح اقتصادی می باشد.

● مثال ۵-۱۴- اطلاعات برنامه آموزش کارآموزان ذیلاً داده شده است. طول مدت مورد

حل: نسبت انتظاری درآمد به هزینه براساس محتملترین مقادیر عبارت است از:

$$\frac{B}{C} = \frac{64/7}{35} = 1/85, \quad B - C = 29/7$$

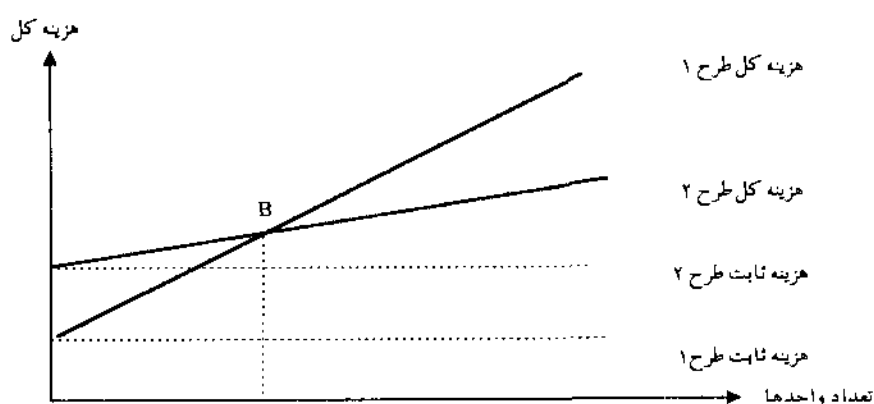
که برنامه را قابل قبول می سازد. همانطور که از جدول پیداست، نسبتهای $\frac{B}{C}$ تحت هر سه شرایط بزرگتر از ۱ هستند. با این حال اگر حداکثر هزینه ها و کمترین درآمدها را در نظر بگیریم (بدترین شرایط):

$$\frac{B}{C} = \frac{28/1}{54/6} = 0/7 \quad B - C = -16/5$$

ولی اگر احتمال بسیار ناچیزی مبنی بر اینکه بیشترین هزینه باعث کمترین درآمد شده است مطرح باشد، این حالت در نظر گرفته نمی شود.

محاسبه نقطه سربه سر بین طرحها

در پاره ای از مقایسه های اقتصادی، یک یا تعداد بیشتری از عناصر هزینه، یا بسیار مشکوک اند و یا به صورت تابعی از عوامل دیگر می باشند. تحت بعضی از شرایط محیطی، متقاعدکننده تر اینست که پاراستر غیرقطعی را به صورت تابعی متغیر بیان نموده و مقدار متغیر را به گونه ای بدست آوریم که به ازاء آن دو طرح، سربه سر^۱ شوند. آنالیز سربه سر معمولاً دربرگیرنده عنصر متغیری است که برای هر دو طرح مشترک است، مانند میزان تولید یا ساعات کار. شکل (۱۴-۴) مفهوم نقطه سربه سر را بین دو طرح نشان می دهد:



شکل (۴-۱۴)

بیان گرافیکی نقطه سربه سر

همانطوری که در شکل دیده می شود، هزینه ثابت (که به طور ساده ممکن است که سرمایه گذاری اولیه باشد) طرح ۲ بیشتر از طرح ۱ است، اما طرح ۲ دارای هزینه متغیر کمتری است (شیب کمتر). نقطه تقاطع دو خط (B) بیانگر نقطه سربه سر بین دو طرح است. بنابراین اگر تعداد واحدها (مانند ساعت عملیاتی، یا میزان تولید) بیشتر از تعداد

این مربوط به نقطه سربه سر باشد، طرح ۲ انتخاب می شود، چرا که هزینه کل عملیات طرح کمتر خواهد بود. برعکس اگر میزان پیش بینی شده کمتر از تعداد مربوط به نقطه سربه سر باشد، طرح ۱ برگزیده می شود.

معمولاً ساده تر این است که نقطه سربه سر را به طریق جبری محاسبه کنیم. هزینه کل را می توان به صورت ارزش فعلی یا هزینه سالیانه معادل یکتواخت بیان نمود. به علاوه اگر عمر طرحها متفاوت باشد، محاسبات EUAC ساده تر خواهد بود. اما در هر حال، مرحله اول در محاسبات نقطه سربه سر عبارت است از بیان هزینه کل هر طرح بصورت تابعی از متغیر مربوطه. مثال زیر این محاسبات را نشان می دهد.

● مثال ۱۴-۶. شرکتی خرید یک ماشین اتوماتیک برای مرحله خاصی از پروژه تکمیل ورقه فلزی را تحت بررسی قرار داده است. هزینه اولیه طرح ۲۳۰,۰۰۰ واحد پولی،

ارزش اسقاطی ۴۰,۰۰۰ واحد پولی و عمر ماشین ۱۰ سال است. اگر این ماشین خریداری شود به متخصصی با هزینه ۱۲۰ واحد پولی در ساعت نیاز است. خروجی این ماشین ۸ تن در ساعت می باشد و هزینه عملیاتی و تعمیرات سالیانه آن ۳۵,۰۰۰ واحد پولی تخمین زده شده است.

به عنوان یک گزینه دیگر، شرکت مزبور می تواند ماشینی دستی با کارایی کمتر خریداری نماید. قیمت خرید این ماشین ۸۰,۰۰۰ واحد پولی بوده و عمر آن ۵ سال است. این ماشین دارای ارزش اسقاطی نیست. با این ماشین به ۳ کارگر با هزینه ۸۰ واحد پولی در ساعت مورد نیاز است. هزینه عملیاتی و تعمیرات سالیانه ماشین ۱۵,۰۰۰ واحد پولی خواهد بود و خروجی مورد انتظار آن ۶ تن در ساعت است. اگر $MARR = 10\%$ باشد:

الف - چند تن ورقه فلزی باید در سال پرداخت و تکمیل شود تا خرید این ماشین اتوماتیک توجیه پذیر گردد؟

ب - اگر مدیریت پرداخت و تکمیل ۲,۰۰۰ تن در سال را مدنظر داشته باشد، کدام ماشین اقتصادی تر است؟

حل: الف - ابتدا باید هر یک از هزینه های متغیر را بر حسب تعداد واحدها (تن در سال) بیان کنیم:

$$\text{هزینه سالیانه هر تن} = \frac{120}{8} \times X \left(\frac{\text{ساعت}}{\text{تن}} \right) \times \frac{1}{8} \left(\frac{\text{واحد پولی}}{\text{ساعت}} \right) = \frac{120}{8} X$$

مقدار تن در سال برای نقطه سر به سر $X =$

$$EUAC_O = 230,000 (A/P, 10\%, 10) - 40,000 (A/F, 10\%, 10) + 35,000 + \frac{120}{8} X = 69,920 + 15 X$$

$$EUAC_D = 80,000 (A/P, 10\%, 5) + 15,000 + \left(\frac{3(80)}{6} \right) X = 36,100 + 40 X$$

از مساوی قرار دادن دو هزینه یکنواخت سالیانه و حل آن بر حسب X داریم:

$$EUAC_O = EUAC_D$$

$$۶۹,۹۲۰ + ۱۵X = ۳۶,۱۰۰ + ۴۰X$$

$$X = ۱,۳۵۲/۸ \frac{\text{تن}}{\text{سال}}$$

در $۱,۳۵۲/۸$ تولید، دو روش یکسان هستند و اگر میزان بیش از آن باشد، ماشین اتوماتیک و اگر کمتر از آن باشد، ماشین با روش دستی اقتصادی است.
ب- با جایگزین $۲,۰۰۰$ تن در سال در روابط $EUAC$ خواهیم داشت:

$$EUAC_O = ۹,۹۹۲$$

$$EUAC_D = ۱۱,۶۱۰$$

خرید ماشین اتوماتیک توصیه می شود.

● مثال ۷-۱۴- موتوری با قدرت ۲۰ اسب بخار جهت بکار انداختن پمپ انتقال آب مورد نیاز است. تعداد ساعاتی که پمپ در هر سال باید کار کند، بستگی به شرایط بارندگی داشته و مجهول است. این پمپ برای دوره ۴ ساله مورد نظر است. دو طرح زیر تحت بررسی قرار می گیرد:

طرحها	هزینه اولیه	ارزش اسقاطی	هزینه برق در ساعت	هزینه سوخت در ساعت	هزینه تعمیر و نگهداری	حقوق و دستمزد در ساعت
A: خرید پمپ با موتور الکتریکی	۱۴,۰۰۰	۲,۰۰۰	۸/۴	—	۱,۲۰۰ در سال	—
B: خرید پمپ با موتور گازوئیلی	۵,۵۰۰	—	—	۴/۲	۱/۵ در ساعت	۸

اگر حداقل نرخ جذب کننده قبل از مالیات ۱۰ درصد باشد، بازاء چند ساعت کار در سال، دو طرح از لحاظ اقتصادی معادلند؟

حل: فرض کنید N تعداد ساعات کار در سال باشد:

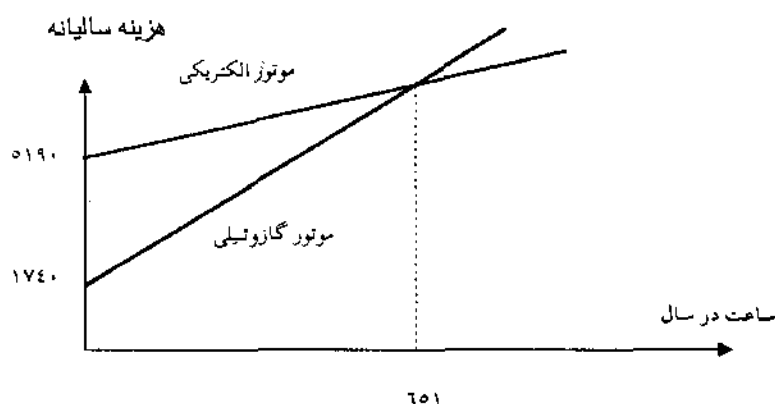
$$EUAC_A = 14,000 (A/P, \%, 10, 4) - 2,000 (A/F, \%, 10, 4) + 1,200 + 8/4 N = 5,190 + 2N$$

$$EUAC_B = 5,500 (A/P, \%, 10, 4) + 4/2 N + 1/5 N + 8N = 1,740 + 4.7N$$

$$EUAC_A = EUAC_B$$

$$N = 651 \text{ ساعت در سال}$$

اگر تعداد ساعات کار در سال کمتر از ۶۵۱ باشد، پمپ با موتور گازوئیلی و اگر بیشتر از ۶۵۱ ساعت در سال باشد، پمپ با موتور الکتریکی اقتصادی تر است.



شکل (۱۴-۵)

نقطه سربه سر مثال ۷-۱۴

● مثال ۸-۱۴. طرح A_2 همان خدمات طرح A_1 (مثال قبل) را ارائه می نماید. درآمد سالیانه هر دو طرح یکسان است. هزینه اولیه طرح A_2 کمتر است ولی هزینه سالیانه آن

به میزان قابل توجهی هر سال مطابق تخمینهای زیر افزایش می یابد:

طرح A_2	طرح A_1	
۳۵,۰۰۰	۳۵,۰۰۰	درآمد سالیانه
۱۱۶,۴۰۰	۱۷۰,۰۰۰	هزینه اولیه
—	۲۰,۰۰۰	ارزش اسقاطی
۳,۰۰۰ واحد پولی در سال اول	۳,۰۰۰	هزینه سالیانه
افزایش سالیانه ۲,۵۰۰ واحد پولی		
از سال دوم به بعد		

براساس تخمینهای انجام شده و دوره مطالعه ۱۰ ساله و $MARR = ۱۳\%$ ، چه پارامتری را برای آنالیز حساسیت پیشنهاد می کنید؟ نمودار حساسیت را رسم کنید.

حل: PW هر دو طرح تقریباً یکسان است:

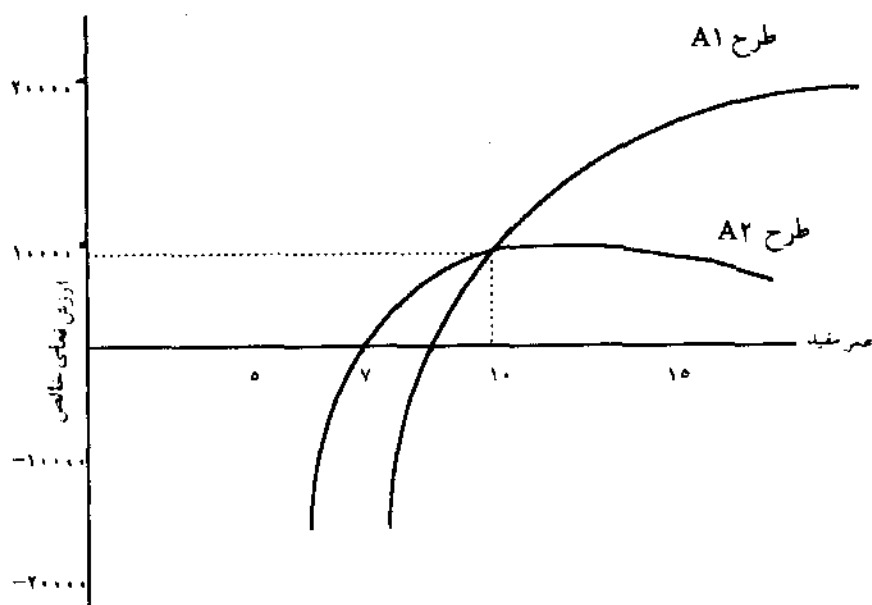
$$NPW_{A_1} = ۹,۵۳۰ \quad (\text{از مثال قبل})$$

$$NPW_{A_2} = -۱۱۶,۴۰۰ + [۳۵,۰۰۰ - ۳,۰۰۰ - ۲,۵۰۰ (A/G, ۱۳\%, ۱۰)] \times (P/A, ۱۳\%, ۱۰) \\ = -۱۱۶,۴۰۰ + [۳۲,۰۰۰ - ۲,۵۰۰ (3/5161)] (5/4262) = ۹,۵۴۰$$

نظر به اینکه درآمد سالیانه هر دو طرح یکسان است، هزینه ها را نیز می توان به دقت تخمین زد. تنها جنبه باقیمانده برای آنالیز حساسیت، دوره مطالعه است. نمودار هندسی حساسیت جهت عمر مفید طرحها در شکل (۱۴-۶) نشان داده شده است.

اگر عمر طرح کمتر از ۱۰ سال مدنظر باشد، طرح A_2 به طرح A_1 ترجیح داده می شود.

تقریباً در $\pi < 7$ سال هر دو طرح غیراقتصادی‌اند و اگر عمر بیشتر از ۱۰ سال مدنظر باشد، طرح A_1 اقتصادی‌تر از طرح A_2 می‌باشد.

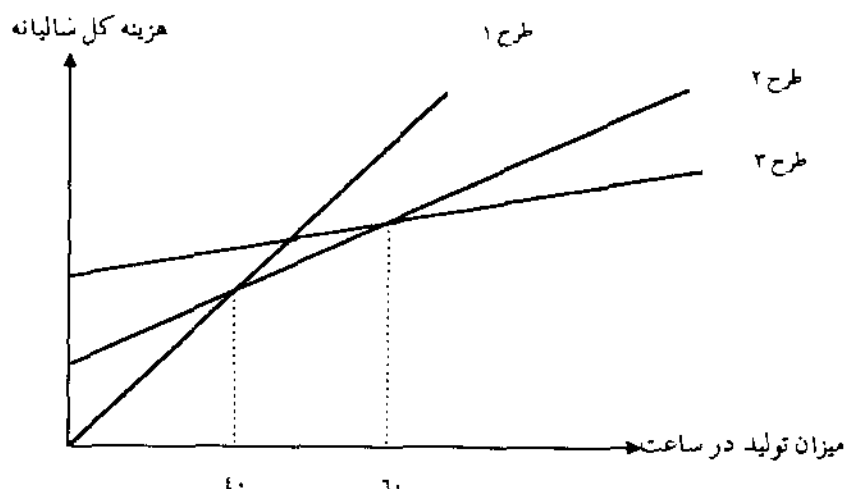


شکل (۶-۱۴)

حساسیت دو طرح نسبت به انحراف از عمر تخمینی آنها

مقایسه نقطه سرسبز بین سه یا تعداد بیشتری از طرحها

برای حالتی که بیش از دو طرح موجود باشد، می‌توان تحلیل مشابهی انجام داد. در این حالت مقایسه طرحها با یکدیگر به منظور یافتن نقاط سرسبز مربوطه ضروری می‌باشد. نتایج حاصله، حدودی را تعیین خواهند کرد که در هر یک از آنها، یکی از طرحها اقتصادی‌ترین خواهد بود. به عنوان مثال در شکل ۷-۱۴ اگر انتظار برود که میزان تولید کمتر از ۴۰ واحد در ساعت باشد طرح ۱ انتخاب می‌شود. بین ۴۰ و ۶۰ واحد در ساعت طرح ۲ اقتصادی‌ترین طرح است و برای بیش از ۶۰ واحد در ساعت طرح ۳ مناسب است.



شکل (۷-۱۴)

نقاط سرسری بین سه طرح

اگر روابط هزینه متغیر غیرخطی باشند، تجزیه و تحلیل، پیچیده تر خواهد شد. اگر هزینه ها بطور یکنواخت افزایش یا کاهش یابند، جهت تعیین مستقیم نقاط سرسری می توان از بیان ریاضی استفاده نمود. جهت بحث بیشتر به منابع دیگر رجوع شود.

- مثال ۹-۱۴- یک شرکت ساختمانی جهت احداث ساختمانی با سطح زیربنای ۴۰۰ تا ۱،۵۰۰ مترمربع، سه طرح زیر را بررسی می کند:

طرحها	هزینه اولیه (هر مترمربع)	هزینه تعمیر و نگهداری سالیانه	هزینه تاسیسات سالیانه	قیمت اسقاطی
A: استفاده از اسکلت بتنی	۱،۶۰۰	۴۰،۰۰۰	۲۰،۰۰۰	—
B: استفاده از اسکلت فلزی	۱،۸۰۰	۳۰،۰۰۰	۱۰،۰۰۰	۳/۲٪ قیمت اولیه
C: استفاده از تیرآهن	۲،۰۰۰	۲۱،۰۰۰	۹،۰۰۰	۱٪ قیمت اولیه

اگر عمر طرحها ۲۰ سال و $MARR = ۸\%$ باشد، نقاط سرسبز بین سه طرح را محاسبه نمایید. اگر سطح زیربنای ساختمانی ۲۰×۳۰ مترمربع باشد، کدام طرح را پیشنهاد می‌کنید؟

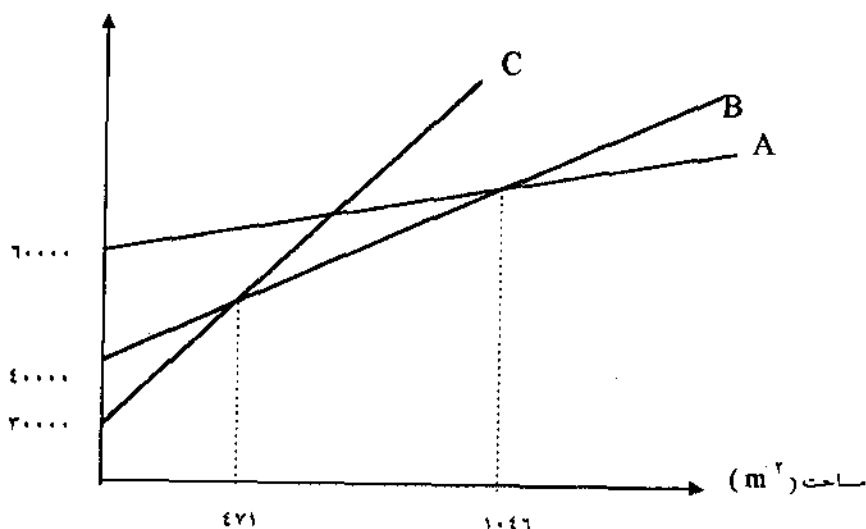
حل: پارامتر حساس و مجهول مساله، مساحت زیربنا (X) است. کل هزینه هر طرح را به صورت تابعی از آن رسم کرده و نقاط سرسبز را تعیین می‌کنیم:

$$EUAC_A = ۱,۶۰۰ X (A/P, ۸\%, ۲۰) + ۴۰,۰۰۰ + ۲۰,۰۰۰ = ۱۶۲/۹۶ X + ۶۰,۰۰۰$$

$$EUAC_B = ۱,۸۰۰ X (A/P, ۸\%, ۲۰) + ۴۰,۰۰۰ - ۰/۰.۳۲ (۱,۸۰۰) X (A/F, ۸\%, ۲۰) \\ = ۱۸۲/۰۷ X + ۴۰,۰۰۰$$

$$EUAC_C = ۲,۰۰۰ X (A/P, ۸\%, ۲۰) + ۳۰,۰۰۰ - ۰/۰.۱ (۲,۰۰۰) X (A/F, ۸\%, ۲۰) \\ = ۲۰۳/۲۶ X + ۳۰,۰۰۰$$

هزینه سالانه



اگر مساحت زیربنا بین ۴۰۰ تا ۴۷۱ مترمربع باشد، تیرآهن اقتصادی‌ترین طرح است و اگر سطح زیربنا بین ۴۷۱ و ۱,۰۴۶ مترمربع باشد اسکلت فلزی ترجیح داده می‌شود. اگر مساحت بین ۱,۰۴۶ و ۱,۵۰۰ مترمربع باشد، اسکلت بتنی بهترین طرح است.

ب- برای ساختمانی با مساحت زیربنای $600 = 20 \times 30$ مترمربع استفاده از اسکلت فلزی اقتصادی‌ترین طرح خواهد بود

محاسبه نقطه سربسر دویا سه طرح بررسی شد. نقطه سربسر می‌تواند در یک طرح نیز مبنای انتخاب طرح باشد. مثال زیر مبین این مطلب است.

● مثال ۱۰-۱۴- شخصی در بیست و یکمین سالگرد تولد خود وارث ۱۰۰,۰۰۰ واحد پولی شد. وی در نظر دارد محلی را اجاره و آنجا را به مکانی شامل ۴ سالن تئاتر کوچک در یک ساختمان تبدیل کند. براساس اطلاعاتی که فرد مزبور از اقتصاد مهندسی دارد، تخمینهای زیر را از هزینه‌ها بعمل آورده است:

هزینه تعمیر و تجدید بنا	۸۰,۰۰۰	واحد پولی
وجوه اختصاصی به وقایع احتمالی	۱۰,۰۰۰	واحد پولی
ارزش اسقاطی	—	—
هزینه‌های عملیاتی سالیانه (۳۶۵ روز)	۶۲,۰۰۰	واحد پولی
مخارج اجاره سالیانه	۴۲,۰۰۰	واحد پولی
سایر مخارج سالیانه	۱۶,۰۰۰	واحد پولی
سود مطلوب سالیانه	۳۵,۰۰۰	واحد پولی
عمر تخمین تعمیر و تجدید بنا	۹	سال

این سینما ۲۸۰ صندلی و یک راهرو خواهد داشت. درآمد حاصل از هر تماشاگر بطور متوسط ۳/۳۵ واحد پولی است که شامل سود خالص حاصل از فروش اغذیه نیز می‌باشد. مهمترین مساله قابل بررسی تعداد افرادی است که برای تماشای فیلم حاضر خواهند شد. وی اظهار داشته است که در صورتی به سود سالیانه مطلوب خواهد رسید که نرخ بهره‌دهی سالها ۵۰ درصد باشد. چه درصدی از ظرفیت سالنها برای نقطه سربه‌سر لازم است؟ ($MARR = 12\%$) چه عوامل موثری باید در پیش‌بینی نرخ

بهره‌دهی سالها مورد ملاحظه قرار بگیرد؟

حل: مطلوبست درصد صندلیهایی که به وسیله تماشاگران اشغال می‌شود (X)، زمانی منحنی هزینه - درآمد را به نقطه سربه‌سر برساند که سود مطلوب را نیز حاصل نماید.

$$NPW = 0$$

$$0 = 3/35 (280) (365) X - (80,000 + 10,000) (A/P, \%, 12, 9) - 62,000 - 42,000 - 16,000$$

$$= 342,370 X - 90,000 (0/18768) - 120,000$$

$$X = 0/4 \text{ یا } 40\%$$

در نرخ بهره‌دهی ۴۰ درصد سینما بکار خود ادامه می‌دهد، در حالیکه سودی مورد انتظار او نخواهد بود. به منظور برآوردن هدف سود ۳۵,۰۰۰ واحد پولی در سال، نرخ بهره‌دهی باید متجاوز از ۵۰ درصد باشد.

عواملی که در پیش‌بینی نرخ بهره‌دهی بیش از ۵۰ درصد می‌توانند در نظر گرفته شوند، عبارتند از: تعداد و موفقیت رقابت‌کنندگان، اطلاعات آماری از تعداد افراد در گروه سنی که در نوع فیلمهای به نمایش درآمده شرکت می‌کنند و متوسط دستمزد و وضع زندگی مردم آن منطقه.

مسائل فصل چهاردهم

● ۱۴-۱- پروژه‌ای با تخمینهای زیر در دست است: $P = 20,000$ ، $SV = 0$ و $n = 5$. اگر درآمد خالص سالیانه ۷,۰۰۰ واحد پولی و حداقل نرخ جذب کننده قابل قبول ۲۰٪ باشد، نمودار حساسیت عمر پروژه، درآمدهای سالیانه و نرخ بازگشت سرمایه را در دامنه تغییرات ± 20 درصد رسم کنید. کدام پارامتر حساستر است؟

● ۱۴-۲- یک شرکت آلومینیم سازی تصمیم به بررسی نوع جدیدی از سیستمهای انتقال هوا جهت تولیدورقه‌های آلومینیمی بسیارنازک دارد. انجام یک تست راهنما روشن ساخته است که این انتقال دهنده، ورقه‌ها را سریعتر حرکت داده و از خسارات می‌کاهد، لیکن هزینه‌های تعمیرات و نگهداری آن بالا است. میزان صرفه‌جویی پیش‌بینی شده ناشی از طرح جدید، به میزان تولیدورقه‌های آلومینیمی وقابلیت اعتمادسیستم جدید بستگی دارد. دپارتمان مهندسی این شرکت تخمینهای زیر را بعمل آورده است:

هزینه اولیه	۱۸۰,۰۰۰ واحد پولی
هزینه تعمیرات و نگهداری سالیانه	۴۰,۰۰۰ واحد پولی
صرفه‌جویی سالیانه	۱۰۰,۰۰۰ واحد پولی
عمر اقتصادی	۴ سال
ارزش اسقاطی	—
حداقل نرخ جذب کننده قابل قبول	۱۲٪

الف - از آنجا که کارآئی سیستم جدید مشکوک است، عقیده برخی از تحلیل‌گران بر اینست که نرخ بازگشت سرمایه بیشتری موردنیاز است. مطلوب است رسم منحنی بی تفاوتی حداکثر هزینه اولیه، جهت کسب نرخهای بازگشت سرمایه بین ۵ و ۲۵ درصد.

ب - فرض کنید عمر طرح، هزینه تعمیرات و نگهداری و صرفه‌جویی سالیانه به میزان ۵۰ درصد بالا و پائین نسبت به تخمینهای داده شده تغییر نمایند. نمودار هندسی تاثیر هر یک از تغییرات را بر ارزش فعلی پروژه رسم کنید. آیا شما نصب سیستم جدید را توصیه می‌کنید؟ چرا؟

● ۱۴-۳- اجاره بهای ملکی سرعت افزایش می‌یابد. تخمین‌های زیر جهت آنالیز مقدماتی قبل از مالیات بعمل آمده است.

هزینه اولیه	۵۰۰,۰۰۰ واحد پولی	دوره سرمایه‌گذاری	۶ سال
درآمد سالیانه (اجاره)	۶۰,۰۰۰ واحد پولی	ارزش اسقاطی	۶۰۰,۰۰۰ واحد پولی
تعمیرات و نگهداری سالیانه	۱۰,۰۰۰ واحد پولی	حداقل نرخ جذب‌کننده	۱۰ درصد

الف - فرض کنید هزینه اولیه و دوره سرمایه‌گذاری ثابت باشند. نمودار حساسیت NEUA را نسبت به تغییر در پارامترهای دیگر رسم کنید.

ب - نمودار حساسیتی رسم کنید که تغییرات ± 30 درصد درآمد سالیانه و هزینه را نشان دهد. نواحی پذیرش و رد پروژه را نشان دهید.

● ۱۴-۴- عملیات تفکیک نامه‌های پستی هزینه‌ای حدود یک میلیون واحد پولی در سال دارد. یک سیستم جدید کامپیوتری در لابراتوار، تست شده و مورد تأیید قرار گرفته است ولی با این وجود توانائی آن مشکوک است. تخمینهای بدبینانه و خوشبینانه از این سیستم بعمل آمده است. این تخمینها به همراه محتملترین حالت در جدول زیر داده شده‌اند:

تخمین	تخمین محتمل (متوسط)	تخمین بدبینانه	
تخمین خوشبینانه			
۹۱۵,۰۰۰	۹۸۵,۰۰۰	۲,۱۱۲,۰۰۰	هزینه اولیه شامل نصب
۶	۲	۲	عمر، سالهای بهره‌دهی کامل
۷۵,۰۰۰	۸۱,۰۰۰	۲۲۱,۰۰۰	هزینه تعمیرات سالیانه و تعمیرات جزئی
۵۸۸,۰۰۰	۷۱۴,۰۰۰	۹۲۹,۰۰۰	هزینه عملیاتی سالیانه و لوازم یدکی

دامنهٔ EUAC را محاسبه و در مورد نتایج بحث کنید ($MARR = 10\%$).

● ۱۴-۵- در کارآئی یک پروسه جدید، تردید وجود دارد. تصمیم در مورد انجام یک پروژه راهنمای ماشین بررسی می شود. سه تخمین از نتایج ممکن پروژه راهنما بشرح زیر است:

تخمین متوسط	تخمین بدبینانه	تخمین خوشبینانه	
۲۰۰,۰۰۰	۱۵۰,۰۰۰	۲۵۰,۰۰۰	درآمد سالیانه
۸۰,۰۰۰	۸۰,۰۰۰	۹۰,۰۰۰	هزینه سالیانه
۳۰۰,۰۰۰	۳۵۰,۰۰۰	۳۰۰,۰۰۰	هزینه انجام طرح
۳	۱	۴	عمر طرح
۱۰۰,۰۰۰	۵۰,۰۰۰	۱۰۰,۰۰۰	ارزش اسقاطی

الف - ارزش فعلی هر تخمین را با فرض اینکه حداقل نرخ جذب کننده قابل قبول ۱۵٪ باشد بدست آورید.

ب - سایر ملاحظات که بر تصمیم انجام پروژه راهنما موثرند کدامند؟ آیا تحقیقات باید انجام شود و توسعه صورت پذیرد؟ چرا؟

ج - تغییرات تخمینی روشهای مختلف را به وسیله آنالیز حساسیت مقایسه کنید.

● ۱۴-۶- سه پروژه درآمدزا موردنظر است. چون پروژه ها جهت تولید محصولات جدید می باشند، تخمین بازگشت های آینده غیر قطعی است. انتظار می رود که سرمایه گذاری اولیه، ظرفیت تولیدی کافی جهت عمر معقول پروژه را فراهم سازد. عمر همه پروژه ها مساوی فرض می شود. بدون توجه به عمر مفید، ارزش اسقاطی نداریم. پروژه I: هزینه اولیه ۲۰۰,۰۰۰ واحد پولی و درآمد خالص سالیانه ۶۵,۰۰۰ واحد پولی است.

پروژه O: هزینه اولیه ۱۰۰,۰۰۰ واحد پولی است و در سال اول ۵۰,۰۰۰ واحد پولی هاید می شود که درآمد خالص هر سال به میزان $G/5$ کاهش می یابد.

پروژه U: هزینه اولیه ۲۵۰,۰۰۰ واحد پولی است و در سال اول ۵۰,۰۰۰ واحد پولی عاید می‌شود و انتظار می‌رود که درآمد خالص به میزان یکنواخت سالیانه G افزایش خواهد یافت (G شیب یکنواخت است).

مطلوبست رسم نمودارهای حساسیت با مفروضات زیر و مقایسه سه پروژه و بحث در مورد نتایج حاصله.

الف - عمر پروژه‌های ۶ سال و $G = ۷,۵۰۰$ بررسی حساسیت نسبت به نرخ بازگشت سرمایه تا ۲۵ درصد.

ب - عمر پروژه‌ها ۶ سال و $MARR = ۱۲\%$ بررسی حساسیت نسبت به مقادیر G از صفر تا ۱۵,۰۰۰ واحد پولی.

ج - $MARR = ۱۲\%$ و $G = ۷,۵۰۰$ بررسی حساسیت نسبت به عمر پروژه‌ها.

● ۷-۱۴ - پروژه‌ای دارای عمر ۱۰ سال و حداقل نرخ جذب کننده قابل قبول ۹٪ است. هزینه اولیه یک میلیون واحد پولی و هزینه‌های سالیانه مورد انتظار ۱۰۰,۰۰۰ واحد پولی است. امکان دارد که هزینه‌های سالیانه بطور پیوسته هر سال ۱۰,۰۰۰ واحد پولی افزایش و یا هر سال ۵,۰۰۰ واحد پولی کاهش یابد. محتملترین درآمدهای سالیانه ۳۵۰,۰۰۰ واحد پولی می‌باشد، اما امکان کاهش آن به میزان ۲۵,۰۰۰ واحد پولی در سال وجود دارد.

الف - بدترین نسبت $\frac{B}{C}$ که می‌تواند بوجود آید کدام است؟

ب - حداکثر هزینه اولیه جهت پذیرش پروژه، اگر فرآیند مالی سالیانه از تخمینهای مورد انتظار (محتملترین) پیروی کند، چیست؟

● ۸-۱۴ - جهت پمپاژ کردن یک مایع اسیدی از دو پمپ می‌توان استفاده کرد. پمپ برنجی با هزینه ۸۰۰۰ و عمر انتظاری ۳ سال و پمپ دیگر که از فولاد ضدزنگ ساخته شده دارای هزینه ۱۹,۰۰۰ واحد پولی و عمر ۵ سال می‌باشد. پمپ برنجی پس از ۲,۰۰۰ ساعت کار به تعمیرات اساسی با هزینه ۳,۰۰۰ واحد پولی و پمپ فولادی پس از

۹,۰۰۰ ساعت کار به تعمیرات اساسی با هزینه ۷,۰۰۰ واحد پولی نیاز دارد. اگر هزینه‌های عملیاتی هر پمپ ۰/۵ واحد پولی در ساعت باشد، پمپ موردنظر چند ساعت در سال باید مورد نیاز باشد تا خرید پمپ گران قیمت اقتصادی باشد؟ ($MARR = 10\%$).

● ۱۴-۹- دو طرح جهت بهبود نمای ظاهری یک ساختمان بازرگانی در دست است. این ساختمان می‌تواند بطور کامل با هزینه ۲۸,۰۰۰ واحد پولی نقاشی شود. انتظار می‌رود که رنگ، مدت ۴ سال بطور جذاب باقی بماند. در پایان این مدت کار مجدداً تکرار خواهد شد. هر زمانی که ساختمان نقاشی شود، هزینه ۲۰٪ مقدار قبلی افزایش خواهد داشت. طرح دیگر اینست که ساختمان مذکور با هزینه سالیانه ۴,۰۰۰ واحد پولی شن‌شوئی (Sand-blast) شود و هر ۱۰ سال با ۴۰٪ افزایش هزینه نسبت به سال قبل، این عمل تکرار گردد. عمر باقیمانده ساختمان ۳۸ سال است. اگر $MARR = 10\%$ باشد حداکثر مقداری که از هم‌اکنون می‌تواند از طرح شن‌شوئی بگذرد، بطوریکه انتخاب دو طرح یکسان باشد (نقطه سربه‌سر) چقدر است؟

● ۱۴-۱۰- سه طرح جهت انجام کار خاصی با هزینه‌های زیر در دست است:
طرح ۱: هزینه اولیه ۱۲,۰۰۰ واحد پولی و هزینه یکنواخت سالیانه ۴,۰۰۰ واحد پولی در سال.

طرح ۲: هزینه اولیه ۵,۰۰۰ واحد پولی و هزینه عملیاتی در سال اول ۷,۵۰۰ واحد پولی است و هر سال ۵۰۰ واحد پولی کاهش می‌یابد.

طرح ۳: هزینه اولیه ۱۵,۰۰۰ واحد پولی و هزینه سالیانه در شروع ۲,۰۰۰ واحد پولی است که هر سال ۱,۰۰۰ واحد پولی افزایش می‌یابد.

اصل عدم قطعیت در ارزیابی عبارت است از اینکه چه مدت این کار باید انجام شود؟ همه طرحها برای ۱۲ سال مورد نیازند و هیچیک از آنها در هیچ زمان، ارزش اسقاطی ندارد. مطلوب است تعیین دامنه عمر که در آن طرحهای مختلف اقتصادی

هستند ($MARR = 10\%$).

● ۱۴-۱۱. در شهر کوچکی به فضای سرپشته‌ای جهت بازی تیس در هوای بد نیاز است. پیشنهاد شده است که طرفداران این ورزش با تشریک مساعی امکانات لازم را فراهم سازند. هزینه ساخت ۲ میدان بازی و یک اتاق کوچک برای استراحت، بدون احتساب هزینه زمین ۱۲۵,۰۰۰ واحد پولی است. عمر وسایل ۱۰ سال و ارزش اسقاطی آن ۲۰,۰۰۰ واحد پولی است و هزینه عملیاتی سالیانه ۲۳,۰۰۰ واحد پولی می‌باشد.

الف- اگر هزینه زمان بازی در یک میدان ۷ واحد پولی در ساعت باشد، این میدانها را چند ساعت در سال باید اجاره داد تا بین ساخت باشگاه و هزینه‌های عملیاتی نقطه سرسبز ایجاد شود؟ ($MARR = 10\%$)

ب- نمودار نرخ بهره‌دهی موردنیاز باشگاه را جهت نرخهای بازگشت سرمایه بین ۱۰ و ۲۵ درصد رسم کنید. فرض کنید وسایل به مدت ۱۴ ساعت در روز برای ۳۲۰ روز در سال در خدمت باشند. آیا شما سرمایه‌گذاری را توصیه می‌کنید؟ چرا؟

فصل پانزدهم

تورم

افزایش قیمت‌ها و کاهش قدرت خرید با گذشت زمان را تورم^۱ گویند. گرچه وجود تورم در امور تهیهٔ مایحتاج زندگی مانند غذا و سایر کالاها و خدمات ضروری، نگران‌کننده است ولی بنظر می‌رسد که غیرقابل اجتناب باشد. مخصوصاً اگر خرید، بیشتر و در فواصل زمانی طولانی‌تر صورت پذیرد.

اگر افزایش نرخ دستمزدها، با روند افزایش قیمت‌ها هماهنگ نباشد، تورم باعث فرسایش قدرت خرید، پس‌انداز و درآمدها می‌گردد. بهمین ترتیب تورم بر دولتها نیز اثر می‌گذارد. بنابراین لازمست که اثرات تورم در تجزیه و تحلیلهای اقتصادی در نظر گرفته شود.

اندازه‌گیری نرخ تورم

پیش‌بینی و اندازه‌گیری نرخ تورم بسیار مشکل است. زیرا قیمت کالاها و خدمات مختلف، با نرخهای متفاوت و در زمانهای گوناگون افزایش یا کاهش می‌یابند. بعنوان مثال طی سالهای ۱۹۵۴ تا ۱۹۷۹ در آمریکا، هزینه متوسط یک روز اقامت در بیمارستان ۷۹۶ درصد و قیمت یک پوند گوشت ۳۰۵ درصد افزایش و در عین حال قیمت یک دستگاه تلویزیون سیاه و سفید ۱۷ درصد کاهش یافت. محاسبات نرخ تورم زمانی پیچیده‌تر می‌شود که قیمت‌ها از لحاظ جغرافیائی متفاوت و عادات مردم متغیر باشند. روشهای معمول در اندازه‌گیری تورم بطور خلاصه عبارتند از:

۱- شاخص قیمت مصرف‌کننده^۱ (CPI)

دولتها تلاش می‌کنند تا با جمع‌آوری و شناسایی هزینه‌هایی که خانواده‌های دارای درآمد متوسط می‌پردازند، نرخ تورم را اندازه بگیرند. قیمت هر کالا در هر ماه جمع‌آوری شده و میانگین گرفته می‌شود. سپس با توجه به نوع هزینه‌ها به آن وزن داده می‌شود که نتیجه آن CPI خواهد بود که تغییر قیمت کلیه کالاها را در ماه و سال نشان می‌دهد.

۲- شاخص قیمت عمده‌فروشی^۲ (WPI)

در این روش تورم در سطح عمده‌فروشی برای کالاهای مصرف‌کنندگان و صنایع، اندازه‌گیری می‌شود، اما خدمات را در نظر نمی‌گیرد.

۳- شاخص قیمت مطلق^۳ (IPI)

این روش اثر تغییر قیمت را روی تولید ناخالص ملی (مجموع ارزش‌های همه کالاها و خدمات جامعه) نشان می‌دهد. نرخ تورم روشهای CPI و IPI تقریباً یکسان است.

گرچه شاخصها، تغییر قیمت‌های گذشته را در نظر می‌گیرند، ولی برای روند قیمت‌ها در آینده نیز مناسبند. مثلاً اگر شاخصی ظرف یکسال از ۲۰۰ به ۲۱۶ برسد، نرخ افزایش $\frac{216 - 200}{200} = 0.08$ یا ۸ درصد است. برای محاسبه روند در طول چند دوره، نرخ ترکیبی رشد سالیانه محاسبه می‌شود. مثلاً برای شاخصی که ظرف ۳ سال گذشته از ۱۷۶ به ۲۱۶ رسیده است، روند قیمت‌ها با نرخ تورم (I) عبارتست از:

$$176(1+f)^3 = 216 \text{ یا } (1+f) = \sqrt[3]{216/176} \text{ یا } f = 0.071 \text{ یا } f = 7.1\%$$

1 - Consumer Price Index

2 - Wholesale Price Index

3 - Implicit Price Index

اثر تورم در بررسیهای اقتصادی

زمانیکه نرخ تورم کم و بین ۲ تا ۴ درصد در سال باشد، در محاسبات اقتصادی وارد نمی شود، زیرا همه پروژه بطور یکسان با تغییر قیمتها مواجه می باشد و تفاوت بین هزینه های فعلی و آتی بسیار اندک است. اما با افزایش نرخ تورم، اثر آن بر فرصتهای سرمایه گذاری و بررسیهای اقتصادی مشهود است و باید بتوان یک عامل مهم و تعیین کننده در نظر گرفته شود. بدین منظور از دو مدل اصلی و توسعه آنها استفاده می شود:

۱- حذف اثرات تورم با تبدیل فرایندهای مالی متورم^۱ به فرآیند مالی واقعی^۲. این رویکرد برای تجزیه و تحلیل قبل از مالیات، وقتی که تمامی مؤلفه های فرآیند مالی تحت تأثیر نرخهای یکنواخت متورم شوند، مناسبتر است.

۲- تجزیه و تحلیل پروژه با فرایندهای مالی متورم شده. فهم و کاربرد این رویکرد، ساده تر و کارآئی آن بیشتر از کارآئی روش اول است. آنچه مهم است فرضیاتی است که در تعیین حداقل نرخ جذب کننده قابل قبول در رابطه با نرخهای تورم انجام می شود.

● مثال ۱۵-۱- طرحی با هزینه اولیه ۲۰,۰۰۰ واحد پولی و درآمد سالیانه ۸,۵۰۰ واحد پولی برای ۳ سال در دست است (بدون در نظر گرفتن تورم). از آنجائیکه بنظر می رسد در ۵ سال آینده نرخ تورم ۵ درصد خواهد بود، حداقل نرخ جذب کننده قابل قبول را بجای ۱۰ درصد، ۱۵ درصد در نظر می گیریم. (متذکر می شود که فرض حداقل نرخ جذب کننده ۱۵ درصد براساس جمع نرخ تورم و حداقل نرخ جذب کننده واقعی است). آیا این طرح اقتصادی است؟

حل: در نظر گرفتن فرآیند مالی واقعی (بدون تورم) با $MARR = 15\%$ ارزش فعلی دارای جواب منفی است:

$$NPW = -20,000 + 8,500 (P/A, 15\%, 3) = -590$$

در حالیکه فرآیند مالی واقعی با $MARR = 10\%$ دارای $NPW = 1,138/24$ می باشد. اما باید درآمدهای واقعی را با توجه به نرخ تورم، متورم کرده و سپس NPW را با $MARR = 15\%$ محاسبه نمود.

سال n	فرآیند مالی بدون تورم	تورم ۵ درصد	فرآیند مالی متورم شده
۰			-۲۰,۰۰۰
۱	۸,۵۰۰	$(1/0.5)$	۸,۹۳۰
۲	۸,۵۰۰	$(1/0.5)^2$	۹,۳۷۰
۳	۸,۵۰۰	$(1/0.5)^3$	۹,۸۴۰

جدول ۱۵-۱

فرآیند مالی متورم شده نشان می دهد که برای خرید کالاهائی که امروزه ۸,۵۰۰ واحد پولی لازمست، سه سال بعد باید ۹,۸۴۰ واحد پولی پرداخت.

$$NPW = 20,000 + 8,930(P/F, 15, 1) + 9,370(P/F, 15, 2) + 9,840(P/F, 15, 3) \\ = -20,000 + 8,930(0.86957) + 9,370(0.75614) + 9,840(0.65752) = 1,320$$

پروژه با $MARR = 15\%$ اقتصادی بوده و پذیرفته می شود.

محاسبه نرخ ظاهری (i_f)

نرخ ظاهری (i_f) که درواقع حداقل نرخ جذب کننده بعد از تورم است از ترکیب حداقل نرخ جذب کننده ($MARR$) و نرخ تورم (f) بدست می آید. فرض کنید P ارزش یک دارائی در حال حاضر و F_t^* ارزش همان دارائی بعد از تورم بمدت t سال باشد. ارزش فعلی این دارائی $P = \frac{F_t^*}{(1+f)^t(1+i)^t}$ می باشد.

از طرفی ارزش فعلی واقعی نیز می تواند بصورت $P = \frac{F_t^*}{(1+i_f)^t}$ باشد، که از مساوی

قرار دادن دو رابطه فوق:

$$(1+i_f)^t = (1+i)^t (1+f)^t$$

$$i_f = (1+i) (1+f) - 1 \quad (151)$$

$$i_f = i + f + if \quad \text{یا:}$$

مقایسه مقدار ثابت^۱ قبل از مالیات

فرض کنید سال t سال مبنا برای اندازه گیری بهره دهی تولید شرکتی باشد. اگر از شاخص قیمت مصرف کننده (CPI) برای تبدیل فرآیند مالی متورم سالهای آینده به مقادیر واقعی در سال مبنا استفاده شود، ارقام ورودی و خروجی سال $(t+1)$ با استفاده از رابطه ۱۵۲ به مقادیر سال t تبدیل می شوند:

$$CPI = 1 + \frac{CPI(t+1) - CPI(t)}{CPI(t)} \quad (152)$$

مثلاً اگر سال ۱۳۷۵ با شاخص $195/4$ و درآمد $377,000$ واحد پولی سال مبنا باشد، برای تبدیل قیمت متورم شده سال ۱۳۷۶ که مثلاً $426,000$ واحد پولی می باشد و شاخص آن $214/1$ است داریم:

$$CPI = 1 + \frac{214/1 - 195/4}{195/4} = 1/0.98$$

و در نتیجه:

$426,000 \div 1/0.98 = 388,000$ خواهد بود. ملاحظه می شود که خروجی بمیزان $388,000 - 377,000 = 11,000$ در طول سال بطور ثابت افزایش یافته است. اصولاً ساده تر اینست که هزینه های آینده بصورت ثابت تخمین زده شوند، زیرا با مقادیر روز آشنائی وجود دارد. تبدیل تخمینها از مقادیر واقعی به فرآیند متورم، وقتی نرخ تورم ثابت فرض شود کار ساده ای است.

- مثال ۱۵۲- دو طرح زیر را در نظر بگیرید. تخمینها واقعی هستند ($MARR = 12\%$). اگر نرخ تورم در طول ۴ سال برابر با ۶ درصد در سال باشد کدام طرح را انتخاب

می‌کنید؟

سال	۰	۱	۲	۳	۴
طرح A	-۱۰,۰۰۰	۴,۰۰۰	۴,۰۰۰	۴,۰۰۰	۴,۰۰۰
طرح B	-۱۴,۰۰۰	۵,۵۰۰	۵,۵۰۰	۵,۵۰۰	۵,۵۰۰

جدول ۱۵.۲

حل: اگر تفاوت خالص دو طرح را در نظر گرفته و ارزش فعلی خالص تفاوت دو طرح را محاسبه کنیم $\Delta NPW = ۵۵۶$ و در نتیجه طرح B اقتصادی خواهد بود:

سال	۰	۱	۲	۳	۴
تفاوت خالص	-۴,۰۰۰	۱,۵۰۰	۱,۵۰۰	۱,۵۰۰	۱,۵۰۰

جدول ۱۵.۳

می‌توان تفاوت خالص در طرح را با استفاده از فاکتور $(\frac{F}{P}, \%, n)$ متورم کرده و دو طرح را با نرخ‌ی که از ترکیب دو نرخ MARR و f حاصل می‌شود مقایسه نمود:

$$i_f = (1+i)(1+f) - 1 = (1 + 0/12)(1 + 0/06) - 1 = 0/1872 \text{ یا } 18/72\%$$

ΔNPW	$(P/F, \%, 18/72, n)$	تفاوت متورم شده	(n)
-۴,۰۰۰		-۴,۰۰۰	۰
۱,۳۳۹	۰/۸۴۲۳۷	۱,۵۹۰	۱
۱,۱۹۵	۰/۷۰۹۶۴	۱,۶۸۵	۲
۱,۰۶۸	۰/۵۹۷۸۶	۱,۷۸۷	۳
<u>۹۵۴</u>	۰/۵۰۳۷۲	۱,۸۹۴	۴
۵۵۶			

جدول ۱۵.۴

مشاهده می شود که نتیجه یکسان است.

● مثال ۱۵-۳- هزینه اولیه ماشینی ۱۲۰,۰۰۰ واحد پولی است. این ماشین در پایان ۶ سال عمر مفید خود ارزش اسقاطی ندارد. هزینه های عملیاتی ۱۲,۰۰۰ واحد پولی در سال و درآمدهای سالیانه ۴۰,۰۰۰ واحد پولی خواهد بود. تخمینها براساس شرایط اقتصادی جاری و بدون در نظر گرفتن رشد قیمت ها و هزینه ها می باشد. خرید این ماشین را براساس داده های واقعی و فرآیندهای مالی متورم شده مقایسه کنید (نرخ تورم ۸ درصد، $MARR = 15\%$ بدون تورم بوده و از مالیات صرف نظر می شود).

حل: ارزش فعلی واقعی با نرخ ۱۵ درصد:

$$NPW = -120,000 + (40,000 - 12,000) (P/A, 15\%, 6)$$

$$NPW = -14,037$$

اگر با توجه به فاکتور $(1+i)^n$ فرآیند مالی واقعی به فرآیند مالی متورم شده تبدیل شود و NPW با نرخ ترکیبی (i_f) محاسبه شود داریم:

$$i_f = (1 + 0/15)(1 + 0/08) - 1 = 0/242 \text{ یا } 24/2\%$$

(n)	واقعی	(F/P, 8%, n)	متورم شده	(P/F, i_f , n)	NPW
۰	-۱۲۰,۰۰۰		-۱۲۰,۰۰۰		-۱۲۰,۰۰۰
۱	۲۸,۰۰۰	۱/۰۸۰۰	۳۰,۲۴۰	۰/۸۰۵۱۶	۲۴,۳۴۸
۲	۲۸,۰۰۰	۱/۱۶۶۴	۳۲,۶۵۹	۰/۶۴۸۲۷	۲۱,۱۷۲
۳	۲۸,۰۰۰	۱/۲۵۹۷	۳۵,۲۷۲	۰/۵۲۱۹۶	۱۸,۴۱۰
۴	۲۸,۰۰۰	۱/۳۶۰۴	۳۸,۰۹۱	۰/۴۲۰۲۵	۱۶,۰۰۷
۵	۲۸,۰۰۰	۱/۴۶۹۳	۴۱,۱۴۱	۰/۳۳۸۳۸	۱۳,۹۲۱
۶	۲۸,۰۰۰	۱/۵۸۶۸	۴۴,۴۳۰	۰/۲۷۲۴۴	۱۲,۱۰۵
					-۱۴,۰۳۷

مشاهده می شود که هر دو NPW یکسان هستند زیرا:

$$(P/F, \%, 24/2, n) = (P/F, \%, 8, n) (P/F, \%, 15, n)$$

می باشد.

مقایسه فرآیند مالی متورم شده - بعد از کسر مالیات

مدل قبل دو ضعف عمده داشت: یکی اینکه اثرات مالیات را نادیده گرفته و دیگر اینکه اثر نرخهای متفاوت تورم روی هزینه ها یا درآمدها در نظر گرفته نشده است. اثرات مالیات از این جهت اهمیت دارد که هزینه هائی مانند استهلاک متورم نمی شوند. به دیگر سخن استهلاک مستقیماً براساس قیمت خرید منظور می شود، نه بر پایه قیمت متورم شده. همچنین بی ثباتی قیمتتها در مقایسه اقتصادی موثر است و آن حالتی است که قیمت کالاها و خدمات، بطور متناسب با زمان تغییر نمی کنند. مثلاً اگر دو طرح دارای فرآیند مالی واقعی یکسان باشند، احتمالاً با یکدیگر معادل خواهند بود ولی اگر درآمد یکی از طرحها تحت تاثیر نرخ تورم ۲۰٪، و درآمد دیگری تحت تاثیر نرخ تورم ۱۰٪ در سال باشد، بدیهی است طرح اول اقتصادی تر خواهد بود.

هزینه های شامل نشده در تحلیل بعد از کسر مالیات

علاوه بر استهلاک، قرض و اجاره نیز وارد تورم نشده، به صورت واقعی منظور می شوند. چراکه قرض و اجاره، وقتی که تورم سریعتر از آنچه که پیش بینی شده بود، بالا رود منافع فرآیند مالی متورم شده قرض دهنده (برگرداننده قرض) و اجاره دهنده را نشان می دهد.

- مثال ۱۵۴ - مثال (۱۵۳) را برای بررسی اقتصادی بعد از مالیات در نظر بگیرید. درآمدها و هزینه ها با نرخ ۸ درصد در سال متورم می شوند. استهلاک مطابق روش خط مستقیم و نرخ مالیات ۴۰ درصد است. ارزشهای فعلی بعد از مالیات را در اثر تبدیل فرآیند واقعی به فرآیند متورم شده، مقایسه کنید ($MARR = 15\%$).

حل: استهلاک سالیانه:
$$D = \frac{P-SV}{n} = \frac{120,000 - 0}{6} = 20,000$$

فرآیند مالی واقعی سالیانه:
$$CFAT = (GI - OC) - (GI - OC - D) TR$$

$$CFAT = (40,000 - 12,000) - (40,000 - 12,000 - 20,000) (0/4) = 24,800$$

ارزش فعلی بدون در نظر گرفتن تورم عبارتست از:

$$NPW = -120,000 + 24,800 (P/A, 15\%, 6) = -26,147$$

در جدول زیر فرآیند مالی قبل از مالیات (CFBT) براساس $f = 8\%$ متورم شده است. درآمد قابل مالیات در هر سال از رابطه $IT^* = CFBT^* - D$ بدست آمده است. مالیاتها در ستون TX^* محاسبه شده و فرآیند مالی بعد از مالیات متورم شده $(CFAT^*)$ از رابطه $CFAT^* = CFBT^* - TX^*$ بدست آمده و سپس به مقادیر واقعی تبدیل و با حداقل نرخ جذب کننده ۱۵٪ ارزش فعلی خالص محاسبه شده است:

n	CFBT'	D	IT'	TX'	CFAT'	(P/F, i, n, n)	CFAT	(P/F, i, n, n)	NPW
۰	-۱۲۰,۰۰۰	—	—	—	-۱۲۰,۰۰۰	—	-۱۲۰,۰۰۰	—	-۱۲۰,۰۰۰
۱	۳۰,۳۴۰	۲۰,۰۰۰	۱۰,۳۴۰	۳,۰۹۹	۲۹,۱۴۴	۰/۹۲۵۹۳	۲۴,۲۰۸	۰/۸۶۹۷۵	۲۱,۰۰۰
۲	۳۲,۶۵۹	۲۰,۰۰۰	۱۲,۶۵۹	۵,۰۹۴	۲۷,۵۹۵	۰/۸۵۷۳۴	۲۳,۶۵۸	۰/۷۵۶۱۴	۱۷,۸۸۹
۳	۳۵,۲۷۲	۲۰,۰۰۰	۱۵,۲۷۲	۶,۱۰۹	۲۹,۱۶۳	۰/۷۹۳۸۳	۲۳,۱۵۰	۰/۶۵۷۵۲	۱۵,۲۲۲
۴	۳۸,۰۹۱	۲۰,۰۰۰	۱۸,۰۹۱	۷,۲۳۶	۳۰,۸۵۵	۰/۷۳۵۰۳	۲۲,۶۷۹	۰/۵۷۱۷۵	۱۲,۹۶۷
۵	۴۱,۱۴۱	۲۰,۰۰۰	۲۱,۱۴۱	۸,۴۵۶	۳۲,۶۸۵	۰/۶۸۰۵۹	۲۲,۳۳۵	۰/۴۹۷۱۸	۱۱,۰۰۰
۶	۴۴,۴۳۰	۲۰,۰۰۰	۲۴,۴۳۰	۹,۷۷۲	۳۲,۶۵۸	۰/۶۳۰۱۷	۲۱,۸۴۱	۰/۴۳۳۳۳	۹,۴۴۳
									<u>۳۲,۳۶۹</u>

جدول ۱۵-۶ محاسبه NPW

ملاحظه می‌شود که ارزش فعلی، نسبت به ارزش فعلی بدون در نظر گرفتن تورم، کمتر شده است. دلیل آن متورم نشدن هزینه استهلاک است، در نتیجه مالیات سالیانه بیشتر است. بنابراین وقتی نرخ تورم زیاد باشد، ارزیابی فرآیند مالی پس از مالیات، به واقعیت نزدیکتر خواهد بود.

- مثال ۱۵۵- پیشنهاد شده است که بودجه پروژه عنوان شده در مثالهای (۱۵۳) و (۱۵۴) از طریق قرض ۸۰,۰۰۰ واحد پولی تامین گردد. هزینه بهره سالیانه ۱۰ درصد مقدار قرض شده و با پرداخت مجدد تمام پول در پایان ۶ سال است. پروژه را پس از مالیات و در حالات زیر تجزیه و تحلیل نمایید ($MARR = 15\%$)
- الف - بدون در نظر گرفتن تورم.
- ب - با در نظر گرفتن نرخ تورم ۸ درصد.

حل: فرآیند مالی بدون تورم در سال صفر:

$$-120,000 + 80,000 = -40,000$$

فرآیند مالی سالیانه قبل از مالیات عبارتند از:

$$40,000 - 120,000 - 80,000 (0/10) = 20,000$$

با توجه به اینکه در پایان سال ششم مبلغ ۸۰,۰۰۰ واحد پولی پرداخته می‌شود، ارزش فعلی خالص بعد از مالیات، بدون در نظر گرفتن تورم بطریق زیر محاسبه می‌گردد:

$$IT = CFBT - D - I = 28,000 - 20,000 - 8,000 = 0$$

$$CFAT = 20,000$$

$$NPW = -40,000 + 20,000 (P/A, 15\%, 6) - 80,000 (P/F, 15\%, 6) = 1,102$$

نتیجه فوق، دقیقاً حالت قبل از مالیات و بدون تورم را نیز نشان می‌دهد. آنالیز بعد از مالیات شامل فرآیند مالی متورم شده در جدول زیر خلاصه شده است:

n	CFBT	CFBT*	قرض دوره	D	IT*	TX*	CFAT*	CFAT	NPW
۰	-۴۰,۰۰۰	-۱۲۰,۰۰۰	۸۰,۰۰۰				-۴۰,۰۰۰	-۴۰,۰۰۰	-۴۰,۰۰۰
۱	۲۸,۰۰۰	۳۰,۲۴۰	-۸,۰۰۰	۲۰,۰۰۰	۲,۲۴۰	۸۹۶	۲۱,۳۴۴	۱۹,۷۶۲	۱۷,۱۸۵
۲	۲۸,۰۰۰	۳۲,۶۵۹	-۸,۰۰۰	۲۰,۰۰۰	۴,۶۵۹	۱,۸۶۴	۲۲,۷۹۵	۱۹,۵۴۴	۱۴,۷۷۷
۳	۲۸,۰۰۰	۳۵,۲۷۲	-۸,۰۰۰	۲۰,۰۰۰	۷,۲۷۲	۲,۹۰۹	۲۴,۳۶۳	۱۹,۳۴۰	۱۲,۷۱۶
۴	۲۸,۰۰۰	۳۸,۰۹۱	-۸,۰۰۰	۲۰,۰۰۰	۱۰,۰۹۱	۴,۰۳۶	۲۶,۰۵۵	۱۹,۱۵۱	۱۰,۹۵۰
۵	۲۸,۰۰۰	۴۱,۱۴۱	-۸,۰۰۰	۲۰,۰۰۰	۱۳,۱۴۱	۵,۲۵۶	۲۷,۸۸۵	۱۸,۹۷۸	۹,۴۳۶
۶	۲۸,۰۰۰	۴۴,۴۳۰	-۸,۰۰۰	۲۰,۰۰۰	۱۶,۴۳۰	۶,۵۷۲	۲۹,۸۵۸	۱۸,۸۱۶	۸,۱۳۵
							-۸,۰۰۰	-۵,۴۱۴	-۲۱,۷۹۵
									<u>۱۱,۴۰۴</u>

جدول ۱۵۷ محاسبه NPW بعد از مالیات

در جدول فوق ملاحظه می شود اقساط وام که شامل بهره وام و پرداخت می شود، بصورت واقعی ثابتند (مطابق قرارداد دریافت وام). همانطور که هزینه استهلاک نیز مطابق قانون ثابت است. از مقایسه ارزش فعلی با در نظر گرفتن تورم ۱۱,۴۰۴ و ارزش فعلی بدون در نظر گرفتن تورم ۱,۱۰۲ ملاحظه می شود که سود بیشتری عاید شده است.

نتایج حاصله از مثالهای (۱۵۳)، (۱۵۴) و (۱۵۵) در جدول زیر خلاصه شده است. مشاهده می شود که بطور کلی انتخاب پروژه ها، به فرضیات ملحوظ شده در ارزیابی بستگی دارد:

شرایط مقایسه	PW (بدون قرض)	PW (با قرض)
قبل از مالیات، بدون تورم	-۱۴,۰۳۷	۱,۱۰۲
بعد از مالیات، بدون تورم	-۲۶,۱۴۷	۱,۱۰۲
بعد از مالیات، تورم ۸ درصد	-۳۲,۳۶۹	۱۱,۴۰۴
بعد از مالیات، نرخ تورم		
(هزینه ۸ درصد و درآمد ۲۰ درصد)	۴,۶۸۸	
درصد مثال (۱۵۶)		

جدول ۱۵۸ نتایج حاصله از مثالهای (۱۵۳ تا ۱۵۶)

بی ثباتی قیمت در تحلیل بعد از کسر مالیات

اغلب یکی یا تعدادی از مولفه های فرآیند مالی با نرخهای تورمی متفاوت از نرخ تورم عمومی متورم می شوند برای تجزیه و تحلیل این مسائل می توان آن مولفه را با یک نرخ تورم تخمینی متفاوت از نرخ تورم عمومی، متورم کرد. اگر نرخ تورم از سالی به سال دیگر نیز تغییر داشته باشد، می توان در هر سال، فرآیند مالی مربوطه را با توجه به نرخ تورم آن سال و سالهای قبل تعیین نمود.

● مثال ۱۵۶- مثال (۱۵۴) را در نظر بگیرید. در اینجا فرض می شود که درآمدها، تحت تاثیر نرخ تورم ۲۰٪ ولی هزینه ها تحت تاثیر نرخ تورم ۸٪ متورم می شوند. ارزش فعلی خالص در شرایط جدید چقدر است؟

حل: از مثال (۱۵۴) داریم:

$$CFBT = GI - OC = 400,000 - 12,000 = 28,000$$

n	GI*	OC*	CFBT*	D	IT*	TX*	CFAT*	NPW
۰		۱۲۰,۰۰۰	-۱۲۰,۰۰۰				-۱۲۰,۰۰۰	-۱۲۰,۰۰۰
۱	۴۸,۰۰۰	۱۲,۹۶۰	۳۵,۰۴۰	۲۰,۰۰۰	۱۵,۰۴۰	۶,۰۱۶	۲۹,۰۲۴	۲۳,۳۶۹
۲	۵۷,۶۰۰	۱۳,۹۹۷	۴۳,۶۰۳	۲۰,۰۰۰	۲۳,۶۰۳	۹,۴۴۱	۳۴,۱۶۲	۲۲,۱۴۶
۳	۶۹,۱۲۰	۱۵,۱۱۶	۵۴,۰۰۴	۲۰,۰۰۰	۳۴,۰۰۴	۱۳,۶۰۲	۴۰,۴۰۲	۲۱,۰۸۸
۴	۸۲,۹۴۴	۱۶,۳۲۵	۶۶,۶۱۹	۲۰,۰۰۰	۴۶,۶۱۹	۱۸,۶۴۸	۴۷,۹۷۱	۲۰,۱۶۰
۵	۹۹,۵۳۲	۱۷,۶۳۲	۸۱,۹۰۰	۲۰,۰۰۰	۶۱,۹۰۰	۲۳,۷۶۰	۵۷,۱۴۰	۱۹,۳۳۵
۶	۱۱۹,۴۳۶	۱۹,۰۴۲	۱۰۰,۳۹۴	۲۰,۰۰۰	۸۰,۳۴۴	۳۲,۱۵۸	۶۸,۲۳۶	۱۸,۵۹۰
								۴,۶۸۸

جدول ۱۵۹ محاسبه ارزش فعلی

برای متورم کردن درآمد، فاکتور $(F/P, \%, 20, n)$ و برای هزینه از رابطه $OC^* = 12,000 (F/P, \%, 8, n)$ استفاده شده است. فرآیند مالی قبل از مالیات $CFBT^* = GI^* - OC^*$ و درآمد مشمول مالیات $IT^* = CFBT^* - D$ می باشد. فرآیند مالی متورم شده بعد از مالیات از رابطه $CFAT^* = CFBT^* - TX^*$ و ارزش فعلی طرح با استفاده از نرخ ترکیبی $i_F = 24\% / 2$ محاسبه شده است: $NPW = CFAT^* (P/F, \%, 24/2, n)$. جای تعجب نیست که NPW طرح، بطور قابل ملاحظه ای در مقایسه با مثال ۱۴-۵ افزایش یافته است. دلیل آن بالا رفتن سریع و بی تناسب درآمدها نسبت به هزینه ها

است. منطق استفاده از نرخ تورم عمومی برای تبدیل مقادیر متورم شده به معادلهای واقعی اینست که نرخ تورم عمومی بمعنی میانگین وزنی همه افزایش قیمتها است. بنابراین استاندارد معقولی برای از تورم خارج کردن همه مولفه های فرآیند مالی بطور یکنواخت می باشد.

نرخ تورم عمومی ممکن است مناسبترین فاکتور برای استفاده در یک تجزیه و تحلیل اقتصادی خاص، نباشد. شاخص واحدی برای نرخ تورم (یک نرخ مرکب) را می توان برای هر سازمان، از میانگین وزنی تغییرات قیمت آن سازمان محاسبه نمود. نظر به اینکه افزایش قیمتها به پیچیدگی محصول و موقعیت جغرافیائی بازار بستگی دارد، باید از نرخ تورمی استفاده شود که بتواند فرآیند مالی مورد انتظار آینده را بیان نماید. این نرخ، با توجه به نرخهای تورم پیش بینی شده برای مولفه های بحرانی فرآیند مالی که به آنها بر طبق نسبت بهره دهی هر مولفه وزن داده شده، محاسبه می شود.

● مثال ۵۷- شرکتی برای ارزیابی دقیقتر فرآیندهای مالی آینده خود، شاخص فاکتور تورم خود را ایجاد کرده است. این شاخص با طبقه بندی هزینه های تولید و تعیین نسبت هر طبقه و پیش بینی نرخ تورم برای هر طبقه، با توجه به شرایط جغرافیائی تهیه شده است. سپس شاخص فاکتور تورم به عنوان میانگین وزنی همه فاکتورهای تورم محاسبه شده است. نتیجه در جدول (۱۵-۱۰) نشان داده شده است:

طبقه بندی هزینه های تولید	نسبت بودجه	نرخ تورم (%)	نرخهای وزنی
کارگر (نیروی کار شرکت)	۰/۲۵	۸	۲/۰
ماده ۱ (مواد خام)	۰/۱۰	۵	۰/۵
ماده ۲ (زیر مونتاژها)	۰/۱۰	۱۵	۱/۵
انرژی (الکتریسیته، سوخت و غیره)	۰/۲۵	۲۰	۵/۰
خدمات عمومی	۰/۳۰	۱۰	۳/۰
شاخص فاکتور تورم (مجموع حاصل ضربهای نسبت بودجه در نرخ تورم)			۱۲٪

پروژه‌ای با هزینه اولیه ۱۵۰,۰۰۰ برای کاهش هزینه‌های کارگر و ضایعات مواد، با خرید تجهیزات اتوماتیک در دست بررسی است. عمر مفید این وسایل ۳ سال و ارزش اسقاطی صفر است. روش استهلاک خط مستقیم و نرخ مالیاتی شرکت ۵۰٪ است. سایر اطلاعات در مورد پروژه بشرح زیر است. این پروژه را ارزیابی نمایید.

درآمدهای مالیانه	هزینه‌های مالیانه
صرفه‌جویی خالص در کارگر ۶۰,۰۰۰	انرژی اضافه مورد نیاز ۷۰,۰۰۰
صرفه‌جویی خالص در مواد ۱۴۰,۰۰۰	مخارج اضافه‌شده تعمیرات و نگهداری ۳۰,۰۰۰

جدول ۱۵-۱۱ سایر اطلاعات مثال (۱۵-۷)

حل: محاسبات بعد از مالیات شامل اثرات نرخهای تورم جداگانه، در جدول زیر نشان داده شده است. هر یک از مولفه‌های هزینه و درآمد از مقادیر واقعی به مبالغ متورم شده با نرخ تورم منحصر بخود (تعمیرات و نگهداری در داخل طبقه خدمات عمومی با نرخ تورم ۱۰٪ قرار دارد) تبدیل شده است. باید توجه داشت که CFBT* کمتر از مقادیر واقعی (CFBT) است چرا که مخارج با نرخ سریعتر از صرفه‌جوییها افزایش می‌یابد. مقادیر متورم شده مجدداً به مقادیر واقعی CFAT با استفاده از شاخص فاکتور تورم ۱۲٪ تبدیل می‌شوند:

n	CTBT	CFBT*	D	IT*	TX*	CFAT*	CFAT
۰	-۱۵۰,۰۰۰	-۱۵۰,۰۰۰				-۱۵۰,۰۰۰	-۱۵۰,۰۰۰
۱	۱۰۰,۰۰۰	۹۴,۸۰۰	۵۰,۰۰۰	۴۴,۸۰۰	۲۲,۴۰۰	۷۲,۴۰۰	۶۴,۶۴۶
۲	۱۰۰,۰۰۰	۸۷,۲۳۴	۵۰,۰۰۰	۳۷,۲۳۴	۱۸,۶۱۷	۶۸,۶۱۷	۵۴,۷۰۱
۳	۱۰۰,۰۰۰	۷۷,۶۲۴	۵۰,۰۰۰	۲۷,۶۲۴	۱۳,۸۱۲	۶۳,۸۱۲	۴۵,۴۲۱

جدول ۱۵-۱۲

CFBT* برای درآمد خالص سالیانه در سالهای ۱، ۲ و ۳ از فرمول زیر با بکارگیری نرخ تورم مختلف برای هر مولفه فرآیند مالی تعیین شده است:

$$CFBT^* = 60,000 (F/P, i\%, 1n) + 140,000 (F/P, i\%, 2n) - 70,000 (F/P, i\%, 2n) - 30,000 (F/P, i\%, 1n)$$

پروژه با روش ROR ارزیابی شده است. نرخ بازگشت قبل از مالیات اولیه، بدون در نظر گرفتن تورم عبارتند از:

$$(A/P, i\%, 3) = \frac{100,000}{150,000} = 0/66667$$

$$ROR = \%/45$$

و تعیین واقعی تر، هنوز بدون در نظر گرفتن تورم، از نرخ بازگشت بعد از مالیات به صورت زیر محاسبه شده است:

$$(A/P, i\%, 3) = \frac{100,000 - 50,000}{150,000} = 0/5$$

$$ROR = \%/23/4$$

نرخ بازگشت سرمایه، وقتی اثرات تورم را در نظر بگیریم، کمتر خواهد شد:

$$NPW = -150,000 + 64,646 (P/F, i\%, 1) + 54,701 (P/F, i\%, 2) + 45,421 (P/F, i\%, 3) = 0$$

$$i = \%/5 \quad NPW = 419$$

$$i = \%/6 \quad NPW = -2,193$$

و مقدار نرخ بازگشت سرمایه عبارتند از:

$$ROR = \%/5/2$$

دو دلیل برای کاهش وجود دارد، اول اینکه هزینه های استهلاک در تورم دخالت داده نمی شوند و دوم اینکه هزینه ها (انرژی و خدمات این پروژه) با نرخ تورم بزرگتری نسبت

به صرفه‌جویی‌ها (کارگر و مواد) افزایش می‌یابند.

مقایسه بعد از کسر مالیات با فوآیند مالی اصلاح شده

می‌توان از مقادیر واقعی برای ارزیابی بعد از مالیات، تحت شرایط قیدشده برای پروژه مثال (۱۵۶) استفاده کرد. برای انجام این کار لازمست که همه مولفه‌هایی که متورم می‌شوند و یا از حالت تورم خارج می‌شوند (با نرخ‌های متفاوت از نرخ تورم عمومی) اصلاح شوند. در مثال (۱۵۶) درآمد، سریعتر از نرخ تورم عمومی بالا می‌رود و هزینه‌های استهلاک ثابت بودند (با این معنی که هزینه‌ها نسبت به نرخ تورم عمومی از حالت تورم خارج بودند). بنابراین، باید درآمد و استهلاک اصلاح شوند تا به صورت هزینه واقعی که تنها مولفه موردانتظار برای بالا رفتن با نرخ عمومی است، تبدیل شود. برای این کار از سربهای هندسی استفاده می‌شود. اگر نرخ سری هندسی (g) بیشتر از نرخ تورم عمومی (f) باشد:

$$i^* = \frac{1+g}{1+f} - 1 \quad (153)$$

و اگر g کمتر از f باشد:

$$i^* = \frac{1+f}{1+g} - 1 \quad (154)$$

برای درآمد $g = 20\%$ و $f = 8\%$ نتیجه $i^* = 0/1111$ و برای استهلاک $g = 0$ و $f = 8\%$ نتیجه $i^* = 0/08$ خواهد بود. درآمد اصلاح شده از رابطه $GI^{**} = 40,000(1+0/1111)^n$ و استهلاک اصلاح شده از رابطه $D^{**} = 20,000(1+0/08)^n$ بدست می‌آید. سپس CFAT محاسبه و با توجه به $MARR = 15\%$ (بدون تورم) ارزش فعلی محاسبه می‌گردد که همان مقداری است که با متورم کردن درآمدها و هزینه‌ها در مثال (۱۵۶) بدست آمد. بنظر می‌رسد که استفاده از روش متورم کردن توصیفی‌تر، ساده‌تر و برای استفاده مناسب‌تر باشد.

n	GI*	OC	CFBT	D**	IT	TX	CFAT	NPW(MARR = 10%)
•			-12,000				-12,000	-12,000
1	44,444	12,000	32,444	18,019	13,920	0,000	29,874	23,399
2	49,382	12,000	37,382	16,147	20,330	8,094	29,288	22,129
3	54,869	12,000	42,869	15,877	26,992	10,797	32,072	21,088
4	60,960	12,000	48,960	14,701	34,264	13,706	35,209	20,160
5	67,738	12,000	55,738	13,612	42,129	16,800	38,888	19,330
6	75,264	12,000	63,264	12,603	50,691	20,264	42,700	18,590
								49,688

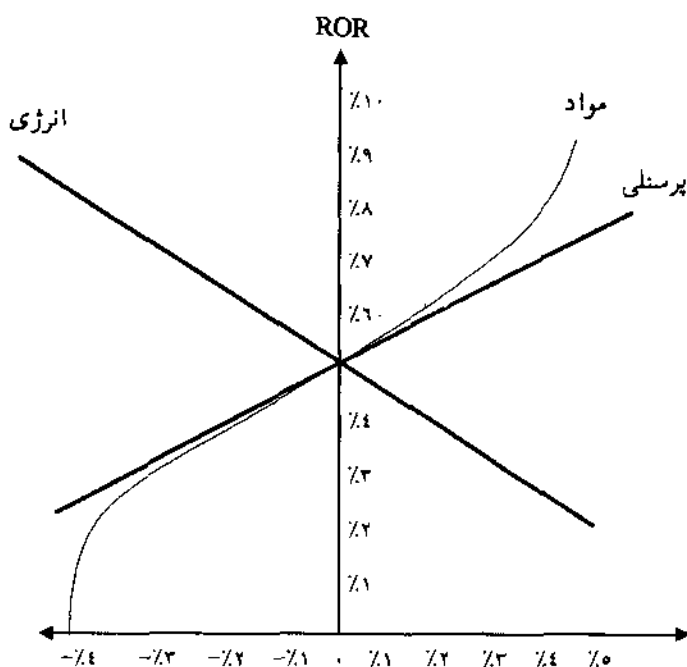
جدول ١٥-١٣

تصمیم‌گیری در مورد زمان و چگونگی در نظر گرفتن تورم

بررسی اثرات تورم، بعد از وارد کردن اثر مالیات روی فرآیند مالی دومین تصفیه‌ای است که در ارزیابی اقتصادی انجام می‌شود. در بسیاری از طرحها از بررسی اثرات تورم چشم‌پوشی می‌شود، زیرا مقادیر فرآیند مالی بسیار کوچک است، لذا از تورم در امان هستند و یا هماهنگ با طرحهای رقیب تورم می‌شوند و غیره. سایر طرحها، مخصوصاً آنها که در معرض تغییر وسیع افزایش قیمت بین مولفه‌های فرآیند مالی می‌باشند، کاندیداهای جدی برای آنالیز حساسیت با تورم می‌باشند. بررسی حساسیت یک تصمیم نسبت به اثرات تورم را می‌توان با استفاده از تکنیکهای آنالیز حساسیت انجام داد. از آنجائیکه مراحل وارد کردن اثرات تورم و مالیات در آنالیز اقتصادی، سیستماتیک و در عین حال انجام دستی آن وقت‌گیر است، براحتی می‌توان برنامه‌های کامپیوتری تهیه و از آنها استفاده نمود.

● مثال ۱۵۸- عوامل هزینه طرح خرید تجهیزات اتوماتیک مثال (۱۵۷) را در نظر گرفته و ضمن انجام آنالیز حساسیت، نسبت به نرخ تورم، نمودار حساسیت را رسم کنید.

حل: عوامل هزینه مهم که در معرض تورم می‌باشند، هزینه پرسنلی، مواد و انرژی هستند. اگر هر یک از این عوامل را در نظر گرفته و نرخ تورم آن را نسبت به نرخ تورم مورد انتظار آن عامل تغییر داده (سایر شرایط ثابت است) و ROR در هر حالت محاسبه شود، نمودار زیر بدست می‌آید:



شکل (۱-۱۵)

تغییرات در نرخ تورم (f)

محل تلاقی منحنی‌ها، ROR مربوط به محتملترین نرخهای تورم را نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود هزینه مواد حساسترین پارامتر هزینه است. افزایش نرخ تورم آن از ۵٪ به ۹٪ باعث دو برابر شدن ROR می‌شود (صرفه‌جویی ناشی از کاهش استفاده از مواد با ارزش‌تر است، زیرا قیمت مواد افزایش می‌یابد). اگرچه هزینه انرژی تنها نصف هزینه مواد است، لیکن بواسطه نرخ تورم بالای آن در ابتدا (۲۰٪) تقریباً حساس می‌باشد.

اثرات تورم در بررسیهای اقتصادی بعد از مالیات

در اینجا اثبات خواهد شد که تحت فرضیات معین، نرخ بازگشت سرمایه داخلی تحت تاثیر تورم، کاهش می‌یابد و سپس دو مدل ارائه خواهد شد. در مدل I درآمد ناخالص و هزینه‌های عملیاتی تحت تاثیر تورم قرار دارند و در مدل II درآمد خالص و

هزینه‌های عملیاتی تحت تاثیر تورم قرار خواهند گرفت. با ارائه و کاربرد مدل II سعی می‌شود که از کاهش نرخ بازگشت سرمایه در اثر تورم جلوگیری شود.

تاثیر تورم بر NPW

اگر ارزش فعلی خالص قبل از تورم NPW_B و ارزش فعلی خالص بعد از تورم NPW_A باشد:

$$NPW_B = -P_0 + \sum_{t=1}^n \frac{CFAT_t}{(1+i)^t} \quad (155)$$

$$NPW_A = -P_0 + \sum_{t=1}^n \frac{CFAT_t^*}{(1+i)^t} \quad (156)$$

برای مقایسه NPW_A با NPW_B ، باید $CFAT_t^*$ از تورم خارج شود. NPW_A را می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$NPW_A = -P_0 + \sum_{t=1}^n \frac{CFAT_t^*}{(1+i)^t(1+f)^t} \quad (157)$$

الف - اثبات اینکه NPW در زمان تورم کاهش می‌یابد

برای اثبات اینکه $NPW_B > NPW_A$ است، فرض می‌شود که درآمد ناخالص و هزینه‌های عملیاتی تحت تاثیر نرخ تورم قرار بگیرند. بمنظور افزایش درآمد ناخالص، شرکت می‌تواند قیمت محصولات خود را با همان نرخ افزایش دهد، یعنی:

$$GI_t^* = GI_t (1+f)^t \quad (158)$$

$$OC_t^* = OC_t (1+f)^t \quad (15.9)$$

بنابراین:

$$CFAT_t^* = (GI_t - OC_t) (1+f)^t (1-TR) + D_t (TR) \quad (15.10)$$

نشان داده می شود که:

$$NPW_B > NPW_A \quad (15.11)$$

یا:

$$-P_0 + \sum_{t=1}^n \frac{CFAT_t}{(1+i)^t} > -P_0 + \sum_{t=1}^n \frac{CFAT_t^*}{(1+i)^t(1+f)^t} \quad (15.12)$$

با جایگزینی رابطه (15.10) در نامعادله (15.12):

$$\sum_{t=1}^n \frac{(GI_t - OC_t)(1-TR) + D_t (TR)}{(1+i)^t} > \sum_{t=1}^n \frac{(GI_t - OC_t) (1+f)^t (1-TR) + D_t (TR)}{(1+i)^t(1+f)^t}$$

یا:

$$\sum_{t=1}^n \frac{(GI_t - OC_t)(1-TR) + D_t (TR)}{(1+i)^t} > \sum_{t=1}^n \frac{(GI_t - OC_t) (1-TR) + D(TR) / (1+f)^t}{(1+i)^t} \quad (15.13)$$

نظر به اینکه طرفین این نامعادله یکسانند، مگر در مورد جملات $\frac{D(TR)}{(1+f)^t}$ و $D_t(TR)$ که بدیهی است $D_t(TR) > \frac{D(TR)}{(1+f)^t}$ با $(f > 0)$ در نتیجه $NPW_B > NPW_A$. بنابراین درآمد ناخالص باید با نرخى بیشتر از نرخ تورم عمومى افزایش یابد که این نرخ (P_t) نامیده خواهد شد.

ب- اثبات اینکه NPW می تواند در زمان تورم ثابت نگهداشته شود
حال نشان داده می شود که اگر درآمد خالص و هزینه های عملیاتی با نرخ تورم، متورم شوند، نتیجه می شود: $NPW_B = NPW_A$.

با جایگزینی روابط (۱۵۵) و (۱۵۶):

$$NPW_B = NPW_A$$

$$\sum_{t=1}^n \frac{CFAT_t}{(1+i)^t} = \sum_{t=1}^n \frac{CFAT_t^*}{(1+i)^t(1+f)^t}$$

با جایگزینی $CFAT_t^* = CFAT_t(1+f)^t$:

$$\sum_{t=1}^n \frac{CFAT_t}{(1+i)^t} = \sum_{t=1}^n \frac{CFAT_t(1+f)^t}{(1+i)^t(1+f)^t}$$

نتیجه حاصل می‌شود، یعنی اگر درآمد خالص و هزینه‌های عملیاتی با یک نرخ معین و یکسان متورم شوند، همان ارزش فعلی خالص قبل از تورم بدست می‌آید.

مدل I: اثر تورم بر درآمد خالص

در قسمت قبل ثابت شد که اگر درآمد ناخالص و هزینه‌های عملیاتی تحت تاثیر تورم قرار بگیرند، NPW کاهش خواهد یافت. دلیل این امر اینست که درآمد خالص با نرخ متغیری کمتر از نرخ تورم، در طول عمر مفید طرح افزایش (یا کاهش) خواهد یافت. این مدل، معرفی نرخ متغیر (V) برحسب درآمد خالص شروع می‌شود که تابعی از نرخ تورم، هزینه‌های عملیاتی و درآمد ناخالص متورم نشده است. تعریف نرخ V با یک نرخ تورم معلوم عبارت از:

$$V_t = \frac{CFAT_t^*}{CFAT_{t-1}^*} - 1 \quad (15.14)$$

با جایگزینی رابطه (۱۵۱۰) در رابطه (۱۵۱۴) خواهیم داشت:

$$V_t = \frac{(GI_t^* - OC_t^*)(1-TR) + D_t(TR)}{(GI_{t-1}^* - OC_{t-1}^*)(1-TR) + D_{t-1}(TR)} - 1 \quad (15.15)$$

یا:

$$V_t = \frac{(GI_t - OC_t)(1+f)^t(1-TR) + D_t(TR)}{(GI_{t-1}^* - OC_{t-1})(1+f)^{t-1}(1-TR) + D_{t-1}(TR)} - 1 \quad (15.16)$$

با فرض اینکه $GI_t = GI_{t-1} = GI$ و $OC_t = OC_{t-1} = OC$ و جایگزینی در رابطه (15.16) و ساده کردن آن داریم:

$$V_t = f \cdot \left[\frac{(GI - OC)(1+f)^{t-1}(1-TR) + TR(D_t - D_{t-1})/f}{(GI - OC)(1+f)^{t-1}(1-TR) + TR(D_{t-1})} \right] \quad (15.17)$$

با توجه به اینکه جمله اول صورت و مخارج کسر داخل کروشه یکسانند، کسر کوچکتر، مساوی یا بزرگتر از ۱ خواهد بود اگر:

$$\frac{TR(D_t - D_{t-1})}{f} < 0 \text{ یا } > D_{t-1}(TR) \quad (15.18)$$

یا:

$$f > 0 \text{ یا } < \frac{D_t}{D_{t-1}} - 1 \quad (15.19)$$

و در نتیجه این رابطه بدست می آید:

$$V_t < 0 \text{ یا } > f \quad (15.20)$$

برای روشهای عمومی استهلاك از رابطه (15.19) نتیجه می شود:

- * در روش خط مستقیم $D_t = D_{t-1}$ و با $f > 0$ و در نتیجه $V_t < f$ خواهد بود.
- * در روش جمع ارقام سنوات و روش موجودی نزولی دوبل $D_t < D_{t-1}$ و لذا $f > 0$ و در نتیجه $V_t < f$ خواهد شد.
- * روش وجوه استهلاكی $D_t > D_{t-1}$ و لذا $f > 0$ و در نتیجه $V_t > f$ خواهد گردید.

مدل II: اثر تورم بر درآمد ناخالص

روش عمومی تعیین درصد افزایش درآمد ناخالص برای ثابت نگهداشتن NPW، با

توجه به نرخ تورم و اثر آن بر هزینه‌های عملیاتی و درآمد خالص عبارت است از:

$$P_t = \frac{GI_t^*}{GI_{t-1}^*} - 1 \quad (15.21)$$

با توجه به رابطه:

$$CFAT_t = (GI_t - OC_t) - (GI_t - OC_t - D_t) TR \quad (15.22)$$

مقدار GI_t بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$GI_t = \frac{OC_t (1 - TR) - D_t (TR) + CFAT_t}{1 - TR} \quad (15.23)$$

با جایگزینی مقادیر متورم شده هزینه‌های عملیاتی و فرآیند مالی بعد از مالیات (درآمد خالص) بشرح زیر:

$$CFAT_t^* = CFAT_t (1 + f)^t \quad (15.24)$$

$$OC_t^* = OC_t (1 + f)^t \quad (15.25)$$

در رابطه (15.23) و با ساده کردن آن، درآمد ناخالص متورم شده بدست می‌آید:

$$GI_t^* = \frac{OC_t^* (1 - TR) - D_t (TR) + CFAT_t^*}{1 - TR} \quad (15.26)$$

اگر با توجه به رابطه (15.26) مقادیر GI_t^* و GI_{t-1}^* در رابطه (15.21) قرار گیرد، پس از ساده شدن داریم:

$$P_t = \frac{OC_t^* (1 - TR) - D_t (TR) + CFAT_t^*}{OC_{t-1}^* (1 - TR) - D_{t-1} (TR) + CFAT_{t-1}^*} - 1 \quad (15.27)$$

با جایگزینی رابطه (15.22) و با توجه به نرخ تورم f رابطه عمومی P_t بدست می‌آید. اثر این رابطه در روشهای مختلف استهلاك مورد بحث و بررسی قرار خواهد گرفت.

$$P_t = \frac{(1+i)[GI_t(1-TR)+D_t(TR)]-D_t(TR)}{(1+i)^{t-1}[GI_{t-1}(1-TR)+D_{t-1}(TR)]-D_{t-1}(TR)} - 1 \quad (15.28)$$

* روش استهلاک خط مستقیم

دو روش برای فرموله کردن P وجود دارد. روش اول با استفاده از رابطه (۱۵.۲۲) که در آن درآمد خالص و هزینه‌های عملیاتی با نرخ تورم f و درآمد ناخالص با نرخ P افزایش می‌یابند. معادله زیر افزایش سال اول را نشان می‌دهد:

$$CFAT(1+i) = [GI(1+P_1) - OC(1+i)] - [GI(1+P_1) - OC(1+i) - D]TR \quad (15.29)$$

با جایگزینی $CFAT$ از رابطه (۱۵.۲۲) در رابطه فوق و ساده کردن آن، معادله P_1 بدست می‌آید.

$$P_1 = f + f \left[\frac{D}{GI} \cdot \frac{TR}{1-TR} \right] \quad (15.30)$$

تعمیم این معادله برای هر سال مورد نظر به صورت زیر است:

$$P_t = f + f \left[\frac{D_t}{GI_{t-1}} \cdot \frac{TR}{1-TR} \right] \quad (15.31)$$

نظر به اینکه جمله داخل کروشه نمی‌تواند منفی باشد، در نتیجه در حالت استهلاک به روش خط مستقیم، همواره $P_1 \geq f$ خواهد بود که بیانگر این نکته مهم است که چنانچه مسئولین طرح قصد ثابت نگهداشتن NPW در زمان تورم را داشته باشند، با انتخاب روش استهلاک خط مستقیم، باعث افزایش قیمت‌ها، با نرخ‌ی بیش از نرخ تورم خواهند شد.

روش دیگر، استفاده از رابطه (۱۵.۲۸) است. در روش استهلاک خط مستقیم، هزینه‌های استهلاک در تمام سالها معادلند.

$$D_1 = D_2 = \dots = D_{t-1} = D_t$$

با جایگزینی رابطه فوق در رابطه (۱۵۲۸) همان نتیجه‌ای بدست خواهد آمد که در معادله (۱۵۳۱) ارائه شد. بنابراین با توجه به اینکه $D_t = \frac{P-SV}{n}$ است رابطه P_t به صورت زیر خواهد شد:

$$P_t = f + f \left[\frac{P-SV}{GI_{t-1}^*(n)} \cdot \frac{TR}{1-TR} \right] \quad (15.32)$$

* روش جمع ارقام سنوات

ساده‌ترین طریق یافتن فرمول P_t در این روش استهلاک، استفاده از روابط $D_t = \frac{(n-t+1)}{SYD}(P-SV)$ و $D_{t-1} = \frac{(n-t+2)}{SYD}(P-SV)$ می‌باشد که در آنها $SYD = \frac{n(n+1)}{2}$ است. با جایگزینی این مقادیر در رابطه P_t فرمول مورد نظر بدست می‌آید:

$$P_t = \frac{GI_t(1-TR)(1+f)^t + [(n-t+1)/SYD](P-SV)(TR)[(1+f)^t - 1]}{GI_{t-1}(1-TR)(1+f)^{t-1} + [(n-t+2)/SYD](P-SV)(TR)[(1+f)^{t-1} - 1]} - 1 \quad (15.33)$$

در این حالت P_t می‌تواند بزرگتر، مساوی یا کوچکتر از f در هر سال باشد.

روش استهلاک موجودی نزولی

با جایگزینی مقادیر $D_t = dP(1-d)^{t-1}$ و $D_{t-1} = dP(1-d)^{t-2}$ در رابطه P_t :

$$P_t = \frac{GI_t(1-TR)(1+f)^t + dP(1-d)^{t-1}(TR)[(1+f)^t - 1]}{GI_{t-1}(1-TR)(1+f)^{t-1} + dP(1-d)^{t-2}(TR)[(1+f)^{t-1} - 1]} \quad (15.34)$$

در این حالت P_t بزرگتر، مساوی یا کوچکتر از f است. اگر روش استهلاک موجودی نزولی دوبل به روش خط مستقیم تغییر یابد، در این صورت باید از فرمولهای مربوطه به روش SL استفاده شود. نتیجه اینکه مقدار P_t بزرگتر یا مساوی f خواهد شد.

مثالی از کاربرد مدل‌های I و II

● مثال ۱۵۹- هزینه اولیه طرحی ۵۰,۰۰۰ واحد پولی و درآمد ناخالص آن ۲۰,۰۰۰ واحد پولی در سال و هزینه‌های عملیاتی آن که شامل هزینه نیروی انسانی، هزینه مواد و هزینه انرژی است، به ترتیب ۲,۰۰۰، ۲,۰۰۰ و ۱,۰۰۰ واحد پولی در سال می‌باشند. عمر مفید این طرح ۱۰ سال و در پایان دارای هیچگونه ارزش اسقاطی نخواهد بود. نرخ مالیات این شرکت ۵۰٪ و نرخ تورم آن ۵٪ در سال می‌باشد. طرح را در حالات زیر تجزیه و تحلیل نمائید:

اولاً- بدون در نظر گرفتن تورم، ارزیابی بعد از مالیات را با روشهای استهلاک زیر انجام دهید:

الف - خط مستقیم (SL)

ب - جمع ارقام سنوات (SOYD)

ج - موجودی نزولی دوبل (DDB) با تغییر به روش خط مستقیم (SL).

ثانیاً- با در نظر گرفتن نرخ تورم ۵٪، تاثیر تورم را بر درآمد خالص (CFAT) با هر یک از روشهای استهلاک فوق‌الذکر تعیین نمائید.

ثالثاً- با در نظر گرفتن نرخ تورم ۵٪، تاثیر تورم را بر درآمد ناخالص (GI) با هر یک از روشهای استهلاک فوق‌الذکر محاسبه نمائید.

حل: الف - جدول "۱۵۱۴" فرآیند مالی بعد از مالیات، با روش استهلاک خط مستقیم و بدون اثر تورم را نشان می‌دهد. OC مجموع هزینه‌های عملیاتی شامل هزینه‌های نیروی انسانی (LC)، مواد (MC) و انرژی (EC) در هر سال می‌باشد.

n	GI	MC	LC	EC	CFBT	D	TAX	CFAT
۱	۲۰,۰۰۰	۲,۰۰۰	۲,۰۰۰	۱,۰۰۰	۱۵,۰۰۰	۵,۰۰۰	۵,۰۰۰	۱۰,۰۰۰
۲	۲۰,۰۰۰	۲,۰۰۰	۲,۰۰۰	۱,۰۰۰	۱۵,۰۰۰	۵,۰۰۰	۵,۰۰۰	۱۰,۰۰۰
۳	۲۰,۰۰۰	۲,۰۰۰	۲,۰۰۰	۱,۰۰۰	۱۵,۰۰۰	۵,۰۰۰	۵,۰۰۰	۱۰,۰۰۰
۴	۲۰,۰۰۰	۲,۰۰۰	۲,۰۰۰	۱,۰۰۰	۱۵,۰۰۰	۵,۰۰۰	۵,۰۰۰	۱۰,۰۰۰
۵	۲۰,۰۰۰	۲,۰۰۰	۲,۰۰۰	۱,۰۰۰	۱۵,۰۰۰	۵,۰۰۰	۵,۰۰۰	۱۰,۰۰۰
۶	۲۰,۰۰۰	۲,۰۰۰	۲,۰۰۰	۱,۰۰۰	۱۵,۰۰۰	۵,۰۰۰	۵,۰۰۰	۱۰,۰۰۰
۷	۲۰,۰۰۰	۲,۰۰۰	۲,۰۰۰	۱,۰۰۰	۱۵,۰۰۰	۵,۰۰۰	۵,۰۰۰	۱۰,۰۰۰
۸	۲۰,۰۰۰	۲,۰۰۰	۲,۰۰۰	۱,۰۰۰	۱۵,۰۰۰	۵,۰۰۰	۵,۰۰۰	۱۰,۰۰۰
۹	۲۰,۰۰۰	۲,۰۰۰	۲,۰۰۰	۱,۰۰۰	۱۵,۰۰۰	۵,۰۰۰	۵,۰۰۰	۱۰,۰۰۰
۱۰	۲۰,۰۰۰	۲,۰۰۰	۲,۰۰۰	۱,۰۰۰	۱۵,۰۰۰	۵,۰۰۰	۵,۰۰۰	۱۰,۰۰۰

جدول ۱۵-۱۴

نرخ بازگشت سرمایه واقعی قبل از تورم:

$$-50,000 + 10,000 (P/A, i\%, 10) = 0$$

$$(P/A, i\%, 10) = 5$$

و

$$ROR = \%.15/1$$

ب- در جدول "۱۵-۱۵" بدون در نظر گرفتن تورم و با استفاده از روش استهلاک جمع ارقام سنوات (SOYD) فرآیند مالی بعد از مالیات محاسبه شده است:

N	GI	MC	LC	EC	CFBT	D	BV	TAX	CFAT
١	٢٠,٠٠٠	٢,٠٠٠	٢,٠٠٠	١,٠٠٠	-٥,٠٠٠	٩,٠٩٠/٩١	٥,٠٠٠/...	٢٩,٩٥٤/٥٥	-٥,٠٠٠/...
٢	٢٠,٠٠٠	٢,٠٠٠	٢,٠٠٠	١,٠٠٠	١٥,٠٠٠	٨,١٨١/٨٢	٣٢,٧٢٧/٢٧	٣,٤٠٩/٠٩	١٢,٠٤٥/٢٥
٣	٢٠,٠٠٠	٢,٠٠٠	٢,٠٠٠	١,٠٠٠	١٥,٠٠٠	٧,٢٧٢/٧٣	٢٥,٢٥٤/٥٥	٣,٨٣٩/٤٢	١١,٥٩٠/٩١
٤	٢٠,٠٠٠	٢,٠٠٠	٢,٠٠٠	١,٠٠٠	١٥,٠٠٠	٩,٣٢٣/٤٤	١٩,٠٩٠/٩١	٤,٣١٨/١٨	١١,١٣٩/٣٩
٥	٢٠,٠٠٠	٢,٠٠٠	٢,٠٠٠	١,٠٠٠	١٥,٠٠٠	٥,٢٥٤/٥٥	١٣,٤٣٩/٣٩	٤,٧٧٢/٧٣	١٠,٩٨١/٨٢
٦	٢٠,٠٠٠	٢,٠٠٠	٢,٠٠٠	١,٠٠٠	١٥,٠٠٠	٤,٥٤٥/٢٥	٩,٠٩٠/٩١	٥,٢٢٧/٢٧	١٠,٢٢٧/٢٧
٧	٢٠,٠٠٠	٢,٠٠٠	٢,٠٠٠	١,٠٠٠	١٥,٠٠٠	٣,٤٣٩/٣٩	٥,٢٥٤/٥٥	٥,٤٨١/٨٢	٩,٧٧٢/٧٣
٨	٢٠,٠٠٠	٢,٠٠٠	٢,٠٠٠	١,٠٠٠	١٥,٠٠٠	٢,٧٢٧/٢٧	٢,٧٢٧/٢٧	٤,١٣٩/٣٩	٩,٣١٨/١٨
٩	٢٠,٠٠٠	٢,٠٠٠	٢,٠٠٠	١,٠٠٠	١٥,٠٠٠	١,٨١٨/١٨	٩,٠٩٠/٩١	٤,٥٩٠/٩١	٨,٨٩٣/٤٢
١٠	٢٠,٠٠٠	٢,٠٠٠	٢,٠٠٠	١,٠٠٠	١٥,٠٠٠	٩,٠٩٠/٩١	٠/...	٧,٠٢٥/٢٥	٨,٢٠٩/٠٩

جدول ١٥.١٥

نرخ بازگشت سرمایه واقعی قبل از تورم $ROR = ۱۶/۵۴\%$ است.

ج - جدول (۱۵-۱۶) بدون در نظر گرفتن تورم و با استفاده از روش استهلاک موجودی نزولی دوبل (DDB) با تغییر به روش خط مستقیم (SL) مقادیر درآمد خالص را نشان می‌دهد و سپس نرخ بازگشت سرمایه محاسبه خواهد شد.

N	GI	MC	LC	EC	CBT	D	BV	TAX	CFAT
۰					-۵۰,۰۰۰		۵۰,۰۰۰/۰۰		-۵۰,۰۰۰/۰۰
۱	۲۰,۰۰۰	۲,۰۰۰	۲,۰۰۰	۱,۰۰۰	۱۵,۰۰۰	۱۰,۰۰۰/۰۰	۴۰,۰۰۰/۰۰	۲,۵۰۰/۰۰	۱۲,۵۰۰/۰۰
۲	۲۰,۰۰۰	۲,۰۰۰	۲,۰۰۰	۱,۰۰۰	۱۵,۰۰۰	۸,۰۰۰/۰۰	۳۲,۰۰۰/۰۰	۳,۵۰۰/۰۰	۱۱,۵۰۰/۰۰
۳	۲۰,۰۰۰	۲,۰۰۰	۲,۰۰۰	۱,۰۰۰	۱۵,۰۰۰	۶,۳۰۰/۰۰	۲۵,۶۰۰/۰۰	۴,۳۰۰/۰۰	۱۰,۷۰۰/۰۰
۴	۲۰,۰۰۰	۲,۰۰۰	۲,۰۰۰	۱,۰۰۰	۱۵,۰۰۰	۵,۱۲۰/۰۰	۲۰,۴۸۰/۰۰	۴,۹۴۰/۰۰	۱۰,۰۶۰/۰۰
۵	۲۰,۰۰۰	۲,۰۰۰	۲,۰۰۰	۱,۰۰۰	۱۵,۰۰۰	۴,۰۹۶/۰۰	۱۶,۳۸۴/۰۰	۵,۴۵۷/۰۰	۹,۵۳۸/۰۰
۶	۲۰,۰۰۰	۲,۰۰۰	۲,۰۰۰	۱,۰۰۰	۱۵,۰۰۰	۳,۲۷۶/۸۰	۱۳,۱۰۷/۲۰	۵,۸۶۱/۶۰	۹,۱۳۸/۴۰
۷	۲۰,۰۰۰	۲,۰۰۰	۲,۰۰۰	۱,۰۰۰	۱۵,۰۰۰	۲,۲۷۶/۸۰	۹,۸۳۰/۴۰	۵,۸۶۱/۶۰	۹,۱۳۸/۴۰
۸	۲۰,۰۰۰	۲,۰۰۰	۲,۰۰۰	۱,۰۰۰	۱۵,۰۰۰	۱,۵۵۷/۶۰	۶,۵۵۷/۶۰	۵,۸۶۱/۶۰	۹,۱۳۸/۴۰
۹	۲۰,۰۰۰	۲,۰۰۰	۲,۰۰۰	۱,۰۰۰	۱۵,۰۰۰	۳,۲۷۶/۸۰	۳,۲۷۶/۸۰	۵,۸۶۱/۶۰	۹,۱۳۸/۴۰
۱۰	۲۰,۰۰۰	۲,۰۰۰	۲,۰۰۰	۱,۰۰۰	۱۵,۰۰۰	۳,۲۷۶/۸۰	۰/۰۰	۵,۸۶۱/۶۰	۹,۱۳۸/۴۰

جدول ۱۵-۱۶

نرخ بازگشت سرمایه واقعی قبل از تورم $31/16\% = ROR$ است.

کاربرد مدل I

د - جدول (۱۵۱۷) اثر تورم بر درآمد خالص (مدل I) با استفاده از روش استهلاک خط مستقیم بررسی و محاسبات نشان داده شده است.

N	GI*	MC*	LC*	EC*	D	TAX*	CFAT*	V%
۰	۲۱,۰۰۰	۲,۱۰۰	۲,۱۰۰	۱,۰۰۰	۰,۰۰۰	۰,۳۷۵	۱۰,۳۷۵	۳/۷۵
۱	۲۰,۰۵۰	۲,۲۰۵	۲,۲۰۵	۱,۱۰۲/۵	۰,۰۰۰	۰,۷۶۸/۷۵	۱۰,۷۶۸/۷	۳/۸۰
۲	۲۳,۱۵۲/۵	۲,۳۱۵/۲۵	۲,۳۱۵/۲۵	۱,۱۵۷/۶۲	۰,۰۰۰	۰,۱۸۲/۱۸	۱۱,۱۸۲/۲	۳/۸۴
۳	۲۴,۳۱۰/۱	۲,۴۳۱/۰۱	۲,۴۳۱/۰۱	۱,۲۱۵/۵۱	۰,۰۰۰	۰,۶۱۶/۲۹	۱۱,۶۱۶/۳	۳/۸۸
۴	۲۵,۵۲۵/۶	۲,۵۵۲/۵۶	۲,۵۵۲/۵۶	۱,۲۷۶/۲۸	۰,۰۰۰	۰,۰۷۲/۱	۱۲,۰۷۲/۱	۳/۹۲
۵	۲۶,۸۰۱/۹	۲,۶۸۰/۱۹	۲,۶۸۰/۱۹	۱,۳۴۰/۰۹	۰,۰۰۰	۰,۵۵۰/۷	۱۲,۵۵۰/۷	۳/۹۶
۶	۲۸,۱۴۲	۲,۸۱۴/۲	۲,۸۱۴/۲	۱,۴۰۷/۱	۰,۰۰۰	۰,۰۵۳/۲۴	۱۳,۰۵۳/۲	۴/۰۰
۷	۲۹,۵۴۹/۱	۲,۹۵۴/۹۱	۲,۹۵۴/۹۱	۱,۴۷۷/۴۵	۰,۰۰۰	۰,۵۵۰/۹	۱۳,۵۵۰/۹	۴/۰۴
۸	۳۱,۰۲۶/۵	۳,۱۰۲/۶۵	۳,۱۰۲/۶۵	۱,۵۵۱/۳۳	۰,۰۰۰	۰,۱۳۴/۹۴	۱۴,۱۳۴/۹	۴/۰۸
۹	۳۲,۵۷۷/۸	۳,۲۵۷/۷۸	۳,۲۵۷/۷۸	۱,۶۲۸/۸۹	۰,۰۰۰	۰,۷۱۶/۶۸	۱۴,۷۱۶/۷	۴/۱۲

جدول ۱۵-۱۷

نرخ بازگشت سرمایه ظاهری (همراه با تورم) برابر $ROR^* = 14/5\%$ خواهد شد در حالیکه نرخ بازگشت سرمایه ظاهری مورد انتظار عبارت است از:

$$i_f = i + f + if = (15/1) + (5) + (15/1)(5) = 20/86\%$$

مشاهده می شود که $ROR_B > ROR_A$ همچنین اگر نرخ بازگشت سرمایه واقعی بدست آید داریم: *

$$i_f = i + f + if \Rightarrow (14/5) = i + (5) + i(5) \Rightarrow i = 13/81\%$$

که در مقایسه با $i = 15/1\%$ قبل از تورم، نتیجه $ROR_B > ROR_A$ حاصل می شود. زیرا $NPW_B > NPW_A$ است. در این روش استهلاک، ملاحظه می شود که $V_t < f$ است.

هـ- در جدول (۱۵-۱۸) اثر تورم بر درآمد خالص (مدله I) با روش استهلاک جمع ارقام سنوات (SOYD) بررسی شده است:

N	GI*	MC*	LC*	EC*	D	TAX*	CFAT*	V%
1	٢١,٠٠٠	٢,١٠٠	٢,١٠٠	١,٠٠٠	٩,٠٩٠/٩١	٢,٢٢٩/٥٢	١٢,٢٢٠/٥	٢/١١
٢	٢٢,٠٥٠	٢,٢٠٥	٢,٢٠٥	١,١٠٢/٥	٨,١٨١/٨٢	٢,١٧٧/٨٢	١٢,٢٥٩/٧	-٠/٢٩
٣	٢٢,١٥٢/٥	٢,٢١٥/٢٥	٢,٢١٥/٢٥	١,١٥٧/٩٢	٧,٢٧٢/٧٢	٥,٠٢٥/٨٢	١٢,٢١٨/٥	-٠/٣٣
٤	٢٢,٢١٠/١	٢,٢٢١/٠١	٢,٢٢١/٠١	١,٢١٥/٥١	٩,٢٩٢/٩٢	٥,٩٢٢/٩٧	١٢,٢٩٨/١	-٠/١٧
٥	٢٥,٥٢٥/٩	٢,٥٥٢/٥٩	٢,٥٥٢/٥٩	١,٢٧٩/٢٨	٥,٢٥٢/٥٥	٩,٨٢٢/٨٢	١٢,٢٩٩/٢	-٠/١١
٦	٢٩,٨٠١/٩	٢,٩٨٠/١٩	٢,٩٨٠/١٩	١,٣٢٠/٠٩	٢,٥٢٥/٢٥	٧,٧٧٧/٩٨	١٢,٢٢٢/٢	-٠/٢٠
٧	٢٨,١٢٢	٢,٨١٢/٢	٢,٨١٢/٢	١,٢٠٧/١	٢,٩٢٩/٢٩	٨,٧٢٥/٠٩	١٢,٢٧١/٢	-٠/٣٩
٨	٢٩,٥٢٩/١	٢,٩٥٢/٩١	٢,٩٥٢/٩١	١,٢٧٧/٢٥	٢,٧٢٧/٢٧	٩,٧١٧/٢٧	١٢,٢٢٢/٥	-٠/٥٩
٩	٢١,٠٢٩/٥	٢,١٠٢/٩٥	٢,١٠٢/٩٥	١,٥٥١/٣٢	١,٨١٨/١٨	١٠,٧٢٥/٩	١٢,٥٢٢	-٠/٨٠
١٠	٢٢,٥٧٧/٨	٢,٢٥٧/٧٨	٢,٢٥٧/٧٨	١,٥٢٨/٨٩	٩,٩٠٩/٩١	١١,٧٩٢/١	١٢,٥٧١/٢	١/٠١

جدول ١٥/٨

با در نظر گرفتن $CFAT^*$ نرخ بازگشت برابر $1/21\%$ و ROR^* با توجه به نرخ بازگشت سرمایه بدون تورم که از جدول (۱۵-۱۵) بدست آمد ($ROR = 16/54\%$) نرخ بازگشت سرمایه مورد انتظار عبارت است از:

$$i_f = i + f + if = (16/54) + (5) + (16/54)(5) = 22/37\%$$

مشاهده می شود که نرخ بازگشت سرمایه بعد از تورم کمتر شده است زیرا $NPW_B > NPW_A$ و $ROR_B > ROR_A$. چنانچه نرخ حاصله یعنی $1/21\%$ را به نرخ واقعی یا بدون تورم تبدیل کنیم:

$$(21/1) = i + (5) + i(5) \Rightarrow i = 15/33\%$$

که کوچکتر از $16/54\%$ می باشد. در جدول فوق تمام مقادیر V_t کوچکتر از f نیز می باشند.

و- جدول (۱۵-۱۹) اثر تورم بر درآمد خالص (مدل I) را با روش استهلاک موجودی نزولی دوپل (DDB) با تغییر به روش خط مستقیم (SL) نشان می دهد:

N	GI*	MC*	LC*	EC*	D	TAX*	CFAT*	V%
1	۲۱,۰۰۰	۲,۱۰۰	۲,۱۰۰	۱,۰۰۰	۱۰,۰۰۰	۲,۸۷۵	۱۲,۸۷۶	۲/۰۰
۲	۲۲,۰۵۰	۲,۲۰۵	۲,۲۰۵	۱,۱۰۲/۵	۸,۰۰۰	۴,۲۶۷/۷۵	۱۲,۲۶۸/۷	-۴/۷۱
۳	۲۳,۱۵۲/۵	۲,۳۱۵/۲۵	۲,۳۱۵/۲۵	۱,۱۵۷/۶۲	۶,۴۰۰	۵,۴۸۲/۱۸	۱۱,۸۸۲/۲	-۲/۱۵
۴	۲۴,۳۱۰/۱	۲,۴۳۱/۰۱	۲,۴۳۱/۰۱	۱,۲۱۵/۵۱	۵,۱۲۰	۶,۵۵۶/۲۹	۱۱,۵۷۶/۳	-۱/۷۳
۵	۲۵,۵۲۵/۶	۲,۵۵۲/۵۶	۲,۵۵۲/۵۶	۱,۲۷۶/۳۸	۴,۰۹۶	۷,۵۲۴/۱	۱۱,۶۲۰/۱	-۰/۴۸
۶	۲۶,۸۰۱/۹	۲,۶۸۰/۱۹	۲,۶۸۰/۱۹	۱,۳۴۰/۰۹	۳,۲۷۶/۸	۸,۴۱۲/۳	۱۱,۶۸۹/۱	۰/۵۹
۷	۲۸,۱۴۲	۲,۸۱۴/۲	۲,۸۱۴/۲	۱,۴۰۷/۱	۳,۲۷۶/۴	۸,۹۱۴/۸۴	۱۲,۱۹۱/۶	۴/۳۰
۸	۲۹,۵۴۹/۱	۲,۹۵۴/۹۱	۲,۹۵۴/۹۱	۱,۴۷۷/۴۵	۳,۲۷۶/۸	۹,۴۴۲/۵	۱۲,۷۱۹/۳	۴/۳۳
۹	۳۱,۰۲۶/۵	۳,۱۰۲/۶۵	۳,۱۰۲/۶۵	۱,۵۵۱/۳۳	۳,۲۷۶/۸	۹,۹۹۶/۵۴	۱۳,۲۷۳/۳	۴/۳۶
۱۰	۳۲,۵۷۷/۸	۳,۲۵۷/۷۸	۳,۲۵۷/۷۸	۱,۶۲۸/۸۹	۳,۲۷۶/۸	۱۰,۵۷۸/۳	۱۳,۸۵۵/۱	۴/۳۸

جدول ۱۵-۱۹

همانطور که انتظار می‌رفت همه مقادیر V_t کمتر از $f = 5\%$ می‌باشند (از سال ششم که روش استهلاک به روش خط مستقیم تغییر یافته V_t بیشتر شده است). نرخ بازگشت سرمایه در جدول فوق $ROR^* = 20/8\%$ است. نرخ بازگشت سرمایه واقعی یا بدون تورم عبارت از:

$$(20/8) = i + (5) + i(5) \Rightarrow i = 15/04\%$$

که کوچکتر از نرخ بازگشت سرمایه واقعی طرح، با روش (DDB/SL) یعنی $16/31\%$ است.

کاربرد مدل II:

ز - در جدول (۱۵۲۰) اثر تورم بر درآمد ناخالص (مدل II) با روش استهلاک خط مستقیم (SL) بررسی شده است:

N	GI'	%P	MC'	EC'	LC'	D	TAX'	CFAT'
1	٢١,٢٥٠	٩/٢٥	٢,١٠٠	١,٥٠٠	٢,١٠٠	٥,٥٠٠	٥,٥٠٠	١٠,٥٠٠
٢	٢٢,٥٩٢/٥	٩/١٨	٢,٢٠٥	١,١٠٢/٥	٢,٢٠٥	٥,٥٠٠	٩,٠٢٥	١١,٠٢٥
٣	٢٣,٩٢٠/٩	٩/١١	٢,٣١٥/٢٥	١,١٥٧/٩٢	٢,٣١٥/٢٥	٥,٥٠٠	٩,٥٧٩/٢٤	١١,٥٧٩/٢
٤	٢٥,٣٨٧/٩	٩/٠٤	٢,٤٣١/٠١	١,٢١٥/٥١	٢,٤٣١/٠١	٥,٥٠٠	١٠,١٥٥/٠٥	١٢,١٥٥/١
٥	٢٩,٩٠٧	٥/٩٨	٢,٥٥٢/٩٥	١,٢٧٩/٢٨	٢,٥٥٢/٥٩	٥,٥٠٠	١٠,٧٩٢/٨	١٢,٧٩٢/٨
٦	٢٨,٥٠٢/٤	٥/٩٢	٢,٩٨٠/١٩	١,٣٤٠/٠٩	٢,٩٨٠/١٩	٥,٥٠٠	١١,٤٠٠/٩٤	١٣,٤٠٠/٩
٧	٣٠,١٧٧/٥	٥/٨٨	٢,٨١٤/٢	١,٤٠٧/١	٢,٨١٤/٢	٥,٥٠٠	١٢,٠٧٠/٩٨	١٤,٠٧١
٨	٣١,٩٢٩/٣	٥/٨٢	٢,٩٥٤/٩١	١,٤٧٧/٤٥	٢,٩٥٤/٩١	٥,٥٠٠	١٢,٧٧٤/٥٢	١٤,٧٧٤/٥
٩	٣٣,٧٨٢/١	٥/٧٨	٣,١٠٢/٩٥	١,٥٥١/٣٣	٣,١٠٢/٩٥	٥,٥٠٠	١٣,٥١٣/٣	١٥,٥١٣/٣
١٠	٣٥,٧٢٢/٣	٥/٧٢	٣,٢٥٧/٧٨	١,٦٢٨/٨٩	٣,٢٥٧/٧٨	٥,٥٠٠	١٤,٢٨٨/٩	١٦,٢٨٨/٩

جدول ١٥-٢٠

همانطور که مشاهده می‌شود، همه مقادیر P_t در تمام طول عمر مفید طرح بیشتر از نرخ تورم است. این مطلب نشان می‌دهد که روش استهلاک خطی تورم‌زا بوده و استفاده از آن مطلوبیت چندانی ندارد. نرخ بازگشت سرمایه در جدول فوق $ROR^* = 20\%/86$ است که دقیقاً برابر با نرخ بازگشت سرمایه واقعی طرح $ROR = 15\%$ می‌باشد و در حقیقت با افزایش قیمت‌ها بیش از نرخ تورم عمومی، در زمان تورم ROR ثابت مانده است. زیرا $NPW_B = NPW_A$ می‌باشد.

ح - در جدول (۱۵۲۱) اثر تورم بر درآمد ناخالص (مدل II) با روش جمع ارقام سنوات (SOYD) محاسبه شده است:

N	GI'	%P	MC'	EC'	LC'	D	TAX'	CFAT'
۱	۲۱,۴۵۴/۵	۷/۲۷	۲,۱۰۰	۱,۰۰۰	۲,۱۰۰	۹,۰۹۰/۹۱	۲,۵۵۶/۸	۱۲,۶۲۷/۷
۲	۲۲,۸۸۸/۶	۶/۶۸	۲,۲۰۵	۱,۱۰۲/۵	۲,۲۰۵	۸,۱۸۱/۸۲	۲,۵۹۷/۱۵	۱۲,۷۷۹
۳	۲۴,۳۹۸/۸	۶/۱۶	۲,۳۱۵/۲۵	۱,۱۵۷/۶۲	۲,۳۱۵/۲۵	۷,۲۷۲/۷۳	۵,۶۱۹	۱۲,۸۹۱/۷
۴	۲۵,۶۸۱/۵	۵/۶۹	۲,۴۳۱/۰۱	۱,۲۱۵/۵۱	۲,۴۳۱/۰۱	۶,۳۶۳/۶۳	۶,۶۳۰/۱۷	۱۲,۹۸۳/۸
۵	۲۷,۰۳۲/۶	۵/۲۶	۲,۵۵۲/۵۶	۱,۲۷۶/۳۸	۲,۵۵۲/۵۶	۵,۴۵۴/۵۵	۷,۵۹۸/۳۲	۱۳,۰۵۲/۹
۶	۲۸,۳۴۷/۸	۳/۸۷	۲,۶۸۰/۱۹	۱,۳۴۰/۰۹	۲,۶۸۰/۱۹	۴,۵۴۵/۴۵	۸,۵۵۰/۹۲	۱۳,۰۹۶/۴
۷	۲۹,۶۲۲/۳	۲/۵۰	۲,۸۱۴/۲	۱,۴۰۷/۱	۲,۸۱۴/۲	۳,۶۳۶/۳۶	۹,۴۷۵/۲۴	۱۳,۱۱۱/۶
۸	۳۰,۸۵۱/۲	۲/۱۵	۲,۹۵۴/۹۱	۱,۴۷۷/۴۵	۲,۹۵۴/۹۱	۲,۷۲۷/۲۷	۱۰,۳۶۸/۳	۱۳,۰۹۵/۶
۹	۳۲,۰۲۸/۹	۳/۸۲	۳,۱۰۲/۶۵	۱,۵۵۱/۳۳	۳,۱۰۲/۶۵	۱,۸۱۸/۱۸	۱۱,۲۲۷/۱	۱۳,۰۴۵/۲
۱۰	۳۳,۱۴۹/۵	۳/۵۰	۳,۲۵۷/۷۸	۱,۶۲۸/۸۹	۳,۲۵۷/۷۸	۹,۰۹۰/۹۱	۱۲,۰۴۸	۱۲,۹۵۷/۱

جدول ۱۵-۲۱

در این روش مشاهده می‌شود که مقدار P_1 در طول عمر مفید طرح به پائین‌تر از نرخ تورم می‌رسد. این حالت نشان‌دهنده این نکته است که در روش SOYD، از نیمه عمر مفید می‌توان انتظار داشت که قیمتها کمتر از نرخ تورم عمومی افزایش یابد و نرخ بازگشت سرمایه ثابت نگهداشته شود. در جدول فوق $ROR^* = 22/3\%$ است که دقیقاً برابر با نرخ بازگشت سرمایه واقعی، یعنی $ROR = 16/54\%$ می‌باشد. زیرا $NPW_B = NPW_A$ است.

ط - در جدول (۱۵-۲۲) اثر تورم بر درآمد ناخالص (مدل II) با روش موجودی نزولی دویل و با تغییر به روش خط مستقیم بررسی شده است:

N	GI ¹	%P	MC ²	EC ³	LC ⁴	D	TAX ⁵	CFAT ⁶
1	٢١,٥٠٠	٧/٥٠	٢,١٠٠	١,٠٥٠	٢,١٠٠	١٠,٠٠٠	٢,١٢٥	١٢,١٢٥
٢	٢٢,٧٨٠	٩/٣٧	٢,٢٠٥	١,١٠٢/٥	٢,٢٠٥	٨,٠٠٠	٢,٥٧٨/٧٥	١٢,٥٧٨/٧
٣	٢٤,١٩١/٣	٥/٩٥	٢,٣١٥/٢٥	١,١٥٧/٩٢	٢,٣١٥/٢٥	٩,٢٠٠	٥,٩٨٩/٥٨	١٢,٣٨٩/٩
٤	٢٥,٢١٣/٥	٥/١٨	٢,٢٣١/٠١	١,٢١٥/٥١	٢,٢٣١/٠١	٥,١٢٠	٧,١٠٧/٩٨	١٢,٢٢٨
٥	٢٩,٩٥٧/٢	٤/٨٩	٢,٥٥٢/٥٩	١,٢٧٩/٢٨	٢,٥٥٢/٥٩	٢,٠٩٩	٨,٠٨٩/٩٢	١٢,١٨٥/٩
٦	٢٧,٩١٩/٣	٤/٧٢	٢,٩٨٠/١٩	١,٣٢٠/٠٩	٢,٩٨٠/١٩	٢,٢٧٩/٨	٨,٩٩٩/٥٢	١٢,٢٢٩/٣
٧	٢٩,٢٧٩	٥/٥٩	٢,٨١٢/٢	١,٢٠٧/١	٢,٨١٢/٨	٢,٢٧٩/٨	٩,٥٨١/٨٢	١٢,٨٥٨/٩
٨	٣١,١١٣/٩	٥/٥٩	٢,٩٥٢/٩١	١,٢٧٧/٢٥	٢,٩٥٢/٩١	٢,٢٧٩/٨	١٠,٢٢٣/٨	١٢,٥٠١/٩
٩	٣٢,٨٣٣/١	٥/٥٢	٣,١٠٢/٩٥	١,٥٥١/٣٣	٣,١٠٢/٩٥	٢,٢٧٩/٨	١٠,٨٩٩/٨	١٢,١٧٩/٩
١٠	٣٤,٩٣٨/٩	٥/٥٠	٣,٢٥٧/٧٨	١,٥٢٨/٨٩	٣,٢٥٧/٧٨	٢,٢٧٩/٨	١١,٩٠٨/٧	١٢,٨٨٥/٥

جدول ١٥,٢٢

در جدول فوق درصد افزایش درآمد ناخالص، برای ثابت نگهداشتن نرخ بازگشت سرمایه بعد از تغییر روش از DDB به SL بیش از نرخ تورم شده است. نرخ بازگشت سرمایه در جدول فوق $\text{ROR}^* = 21/12\%$ است که دقیقاً برابر با نرخ بازگشت سرمایه واقعی، یعنی $\text{ROR} = 16/31\%$ می باشد. زیرا $\text{NPW}_A = \text{NPW}_B$ است.

ی - در پایان، خلاصه نتایج حاصل از جداول (۱۵-۱۴) تا (۱۵-۲۲) در جدول (۱۵-۲۳) آمده است. همه اعداد برحسب درصد هستند:

روش استهلاک	نرخ بازگشت سرمایه واقعی قبل از تورم	نرخ بازگشت سرمایه (مدل I)		نرخ بازگشت سرمایه (مدل II)	
		ظاهری (متورم)	واقعی	ظاهری (متورم)	واقعی
SL	۱۵/۱	۱۹/۵	۱۳/۸۱	۲۰/۸۶	۱۵/۱
SOYD	۱۶/۵۴	۲۱/۱	۱۵/۳۳	۲۲/۳۷	۱۶/۵۴
DDB/SL	۱۶/۳۱	۲۰/۸	۱۵/۰۴	۲۱/۱۲	۱۶/۳۱

جدول ۱۵-۲۳

هدف از تشریح مثال فوق کاربرد دو مدل I و II و رسیدن به این نکته و حقیقت است که مدل II باعث ثابت نگهداشته شدن نرخ بازگشت سرمایه در زمان تورم می گردد. این مثال در حقیقت آنالیز حساسیتی برای شناخت بهتر روشهای استهلاک و انتخاب آنها در زمان تورم می باشد.

مسائل فصل پانزدهم

● ۱۵-۱- فرآیند مالی خرید ماشینی به قیمت ۱۰۰,۰۰۰ واحد پولی در معرض تورم قرار دارد. پیش‌بینی می‌شود نرخ تورم برای ۳ سال آینده هر سال ۵٪ باشد. براین اساس فرآیند مالی متورم شده به صورت زیر برآورده می‌شود:

سال	۰	۱	۲	۳
فرآیند مالی	-۱۰۰,۰۰۰	۴۰,۰۰۰	۶۰,۰۰۰	۵۰,۰۰۰

الف - نرخ ترکیبی تورم جذب‌کننده چقدر است؟ ($MARR = 10\%$)

ب - با استفاده از این نرخ، ارزش فعلی را محاسبه کنید.

ج - فرآیند مالی واقعی چقدر بوده است؟ ($MARR = 10\%$)

د - آیا بنظر شما بهتر است برای تخمین فرآیند مالی آینده، از مقادیر متورم شده استفاده شود یا مقادیر واقعی؟ چرا؟

● ۱۵-۲- دارائی بیان شده در جدول (۱۵-۲۴) را در نظر بگیرید:

n	دریافتی خالص واقعی	هزینه استهلاک و بهره	دریافتی خالص متورم شده
۰	-۴۳,۵۱۰	—	-۴۳,۵۱۰
۱	۱۰,۰۰۰	۷,۱۱۰	۱۰,۳۰۰
۲	۱۰,۰۰۰	۷,۰۲۰	۱۰,۶۱۰
۳	۱۰,۰۰۰	۶,۹۳۰	۱۰,۹۳۰
۴	۱۰,۰۰۰	۶,۸۴۰	۱۱,۲۶۰
۵	۱۰,۰۰۰	۶,۷۵۰	۱۱,۵۹۰
۶	۱۰,۰۰۰	۶,۶۵۰	۱۱,۹۴۰
۷	۱۰,۰۰۰	۶,۵۶۰	۱۲,۳۰۰
۸	۱۰,۰۰۰	۶,۴۷۰	۱۲,۶۷۰
۹	۱۰,۰۰۰	۶,۳۸۰	۱۳,۰۵۰
۱۰	۱۰,۰۰۰	۶,۲۹۰	۱۳,۴۴۰

جدول ۱۵-۲۴

هزینه این طرح ۴۳,۵۱۰ واحد پولی و درآمد مورد انتظار آن ۱۰,۰۰۰ واحد پولی با قدرت خرید فعلی برای ۱۰ سال و ارزش اسقاطی صفر است. روش استهلاک SL و نرخ تورم ۲۰ درصد است. میزان بهره سالیانه ۱,۰۰۰ واحد پولی است.

الف - نرخ بازگشت سرمایه بعد از مالیات براساس فرآیند مالی واقعی چقدر است؟ (نرخ سالیانه مالیات ۵۰ درصد است)

ب - نرخ بازگشت سرمایه بعد از مالیات براساس فرآیند مالی متورم شده چقدر است؟ ($TR = 50\%$)

● ۱۵۳- فرض کنید نرخ بازگشت متورم شده شرکتی ۲۴٪ باشد. نرخ تورم عمومی ۱۰٪ است. توضیح دهید که چرا نرخ بازگشت مورد نیاز واقعی شرکت ۱۴٪ نیست؟ مقدار آن چقدر است؟

● ۱۵۴- سرمایه‌گذاری اولیه ۱۰,۰۰۰ واحد پولی در طرحی باعث صرفه‌جویی ۲,۰۰۰ واحد پولی در سال به مدت ۷ سال خواهد شد. ارزش اسقاطی صفر است. ارزش فعلی این سرمایه‌گذاری را حساب کنید ($MARR = 10\%$). نشان دهید که اگر صرفه‌جویی واقعی با نرخ تورم ۸٪ در سال متورم شود، همان PW حاصل می‌شود. (برای تبدیل فرآیند مالی متورم شده به سال صفر از نرخ ترکیبی جذب کننده - تورم استفاده کنید)

● ۱۵۵- نرخ تورم عمومی ۸٪ است. شرکتی به حداقل نرخ جذب کننده واقعی ۱۰٪ نیاز دارد. ماشینی که به قیمت ۱۰۰,۰۰۰ واحد پولی خریداری شده است، در پایان ۷ سال عمر مفید خود، دارای ارزش اسقاطی نیست. پیش‌بینی شده است که درآمد سال اول ۲۰,۰۰۰ واحد پولی باشد که هر سال ۲۰ درصد نسبت به سال قبل، افزایش می‌یابد. هزینه‌های عملیاتی ۱۰,۰۰۰ واحد پولی در سال اول است و متناسب با نرخ تورم عمومی افزایش خواهد یافت.

الف - مطلوب‌ست محاسبه فرآیند مالی متورم شده، تبدیل آن به مقادیر واقعی و تعیین

ارزش فعلی طرح.

ب - نشان دهید که جواب قسمت (الف) به وسیله تبدیل فرآیند مالی متورم شده تحت نرخ i به سال صفر هم بدست می آید.

ج - با بکار بردن نرخ بهره ویژه i^* برای سری هندسی، درآمد اصلاح شده را محاسبه کرده و نشان دهید که PW حاصله در $i = 10\%$ همان مقداری است که در قسمت (الف) بدست آمد.

د - PW بعد از مالیات را محاسبه کنید. ماشین به روش جمع ارقام سنوات (SOYD) مستهلک می شود. نرخ مالیاتی 50% و حداقل نرخ جذب کننده مورد نیاز بعد از مالیات 5% است.

● ۱۵۶- طرحی با مقادیر واقعی ارائه شده است: درآمد سالیانه $100,000$ واحد پولی و عمر مفید 10 سال و سرمایه گذاری اولیه $150,000$ واحد پولی می باشد. ماشین آلات با روش خط مستقیم در طول 10 سال مستهلک می شوند. هزینه های عملیاتی $52,000$ واحد پولی در سال است. بعلاوه وسایل می توانند با هزینه $6,000$ واحد پولی در سال به مدت 5 سال اجاره شوند. اجاره می تواند برای 5 سال دیگر با هزینه ثابت سالیانه $6,000 (1+i)^5$ تمدید شود. نرخ تورم عمومی در طول دوره مطالعه 6% می باشد. نرخ مالیاتی شرکت 46% و حداقل نرخ جذب کننده بعد از مالیات 4% است. ارزش فعلی طرح را تعیین نمایید.

● ۱۵۷- انتظار می رود که فروش یک محصول جدید، با نرخ ترکیبی 12% در 3 سال آینده افزایش داشته باشد. فروش فعلی $1/2$ میلیون واحد پولی است و قیمت محصول با نرخ عمومی 6% در سال افزایش خواهد یافت.

هزینه های تولیدی و نرخ تورم آنها در جدول (۱۵۲۵) داده شده است.

هزینه‌های تولیدی	هزینه کل فعلی (در سال)	نرخ تورم (%)
مواد	۲۰۰,۰۰۰	۹
انرژی	۱۵۰,۰۰۰	۱۲
پرسنلی	۱۵۰,۰۰۰	۸
متفرقه	۱۰۰,۰۰۰	۶

جدول ۱۵-۲۵

هزینه‌های استهلاک ماشین‌آلات ۲۰۰,۰۰۰ واحد پولی در سال و نرخ مالیاتی سالیانه شرکت ۴۵٪ است.

الف - با فرض اینکه کاهشهای مالیاتی مجاز در رابطه با محصول، ۵۰٪ هزینه‌های تولیدی باشند، مطلوب‌ست تعیین فرآیند مالی بعد از مالیات بدون در نظر گرفتن تورم (سرمایه‌گذاری اولیه مجموعه هزینه‌های استهلاک می‌باشد).

ب - حداقل نرخ جذب کننده قبل از مالیات، وقتی از تورم صرف نظر شود، چقدر است؟

ج - حداقل نرخ جذب کننده بعد از مالیات وقتی از تورم صرف نظر شود چقدر است؟

د - فرآیند مالی بعد از مالیات را با فرض اینکه هزینه‌های تولیدی و قیمت با نرخهای معین یکسان ولی سایر هزینه‌ها با نرخ شاخص فاکتور تورم، متورم شوند، محاسبه نمایید.

ه - حداقل نرخ جذب کننده الگوی فرآیند مالی بیان شده در قسمت (د) چقدر است؟

● ۱۵-۸ - هزینه اولیه طرحی ۱۰۰,۰۰۰ واحد پولی و درآمد ناخالص آن ۴۰,۰۰۰ واحد پولی در سال و هزینه‌های عملیاتی آن ۱۰,۰۰۰ واحد پولی در سال می‌باشد. عمر مفید این طرح ۱۰ سال و ارزش اسقاطی در پایان عمر مفید صفر است. نرخ مالیاتی ۴۶٪ و نرخ تورم ۶٪ در سال است.

- الف - بدون در نظر گرفتن تورم، آنالیز بعد از مالیات را با روشهای استهلاک SL، SOYD و DDB/SL انجام دهید.
- ب - با در نظر گرفتن نرخ تورم ۶٪ تاثیر تورم بر درآمد خالص (CFAT) را با هر یک از روشهای استهلاک فوق تعیین نمایید.
- ج - با در نظر گرفتن نرخ تورم ۶٪ تاثیر تورم بر درآمد ناخالص (GI) را با هر یک از روشهای استهلاک فوق، بررسی کنید.

بخش چهارم

تجزیه و تحلیل اقتصادی در شرایط عدم اطمینان

فصل شانزدهم : تصمیم‌گیری تحت شرایط عدم اطمینان

فصل شانزدهم

تصمیم‌گیری تحت شرایط عدم اطمینان^۱

مقدمه

در اقتصاد مهندسی، ریسک مربوط به حالتی است که یک فرآیند مالی آنطور که پیش‌بینی شده بود رفتار نکند. در فصلهای پیشین، فرض بر این بود که پارامترها با قطعیت^۲ معلومند و گرچه آنالیز حساسیت، اثر تغییر در پارامترها را بررسی می‌کرد، ولی فرض اطمینان روی پارامترها وجود داشت. در این فصل، بررسیهای اقتصادی با توجه به اینکه حداقل درصدی ریسک، جزء لاینفک هر تصمیم می‌باشد، مورد بحث قرار می‌گیرد. بدیهی است ریسک در سرمایه‌گذاریهای بلندمدت مشهودتر است تا در سرمایه‌گذاریهای کوتاه‌مدت. تحلیل ریسک، زمانی قابل انجام است که پارامترها در آینده تغییر نمایند و احتمال وقوع این تغییرات نیز در نظر گرفته شود. به عبارت دیگر تجزیه و تحلیل ریسک بر مبنای اصول احتمالات بیان شده است. در این فصل ابتدا امید ریاضی یا میانگین احتمال^۳ و واریانس^۴ مورد بررسی و سپس روشهای دیگری مورد مطالعه قرار خواهند گرفت.

وارد کردن ریسک در مطالعات اقتصادی

در فصلهای گذشته، فرض بر این بود که اطلاعات اولیه طرح ثابت هستند و احتمال تغییر در آنها وجود ندارد. مثلاً درآمد سالیانه ۱۰۰,۰۰۰ واحد پولی است و ارزش اسقاطی پیش‌بینی شده، مثلاً ۱۵ سال دیگر هم معتبر و به قوت خود باقی است! اما طرحها در دنیای واقعی همیشه از اطلاعات با قطعیت پیروی نمی‌کنند و تغییر و تحول،

1 - Decision Making Under Uncertainty 2 - Certainty

3 - Expected Value

4 - Variance

عامل شناخته شده‌ای در بیشتر فعالیتهای مدیریت و مهندسی می‌باشد. نیروی انسانی هر روز ماهرتر می‌شود، خواص مواد به مرور زمان تغییر می‌کنند و ماشینهایی که ظاهراً مشابه‌اند، مشخصه‌های عملیاتی مختلفی را ارائه می‌دهند. عوامل اقتصادی و سیاسی نیز از جمله عواملی هستند که در تغییر پارامترهای آینده موثرند. گرچه شناخت تغییرات آسان است، ولی دخالت دادن آنها در بررسی‌های اقتصادی دشوار بنظر می‌رسد. بهمین جهت با وارد کردن تورم و همچنین تحلیل حساسیت با تخمینهای مختلف (خوشینانه، بدبینانه، محتملترین) سعی بر اینست که با عوامل غیرقابل پیش‌بینی مبارزه شود. برای دخالت دادن ریسک در یک مساله اقتصاد مهندسی، انجام مراحل زیر ضروری است:

۱- تعریف مساله

۲- جمع‌آوری اطلاعات

۳- فرموله کردن مدل

۴- ارزیابی

اکنون هر یک از مراحل فوق، به اختصار تشریح می‌شود.

۱- تعریف مساله

آیا شرایط اقتضا می‌کند که ریسک وارد ارزیابی اقتصادی شود؟ اصولاً ریسک، زمانی وارد تصمیم‌گیری می‌شود که پاره‌ای از فعالیتهای عوامل تعیین‌کننده تحت شرایط آینده دور غیرقابل پیش‌بینی و در معرض تغییرات نامعلوم باشند.

۲- جمع‌آوری اطلاعات

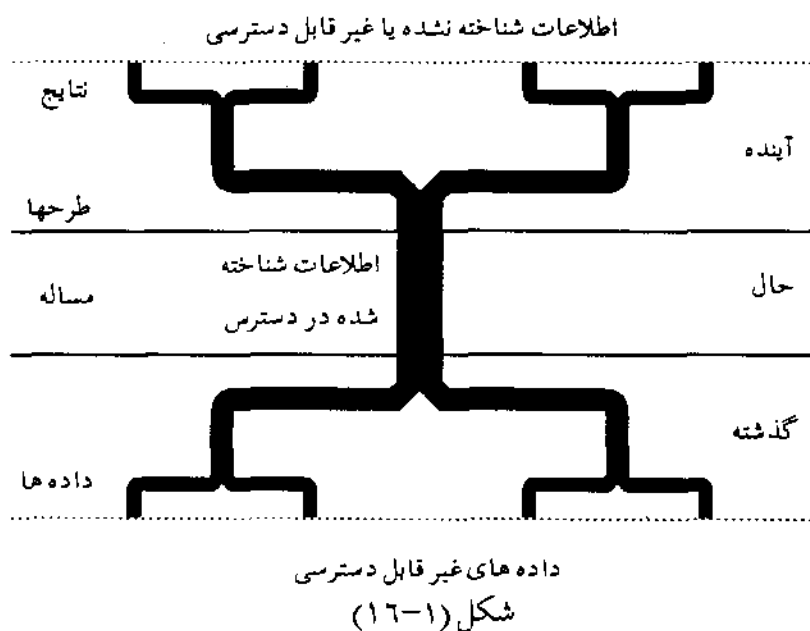
جمع‌آوری اطلاعات زمانی که ریسک مشهود است، کار دشواری است. تشخیص نتایج حاصل از هر راه حل مساله شامل موارد زیر است:

۱- شناسائی شرایط یا معیارهای آینده

۲- پیش‌بینی احتمال وقوع هر یک از شرایط

۳- محاسبه با استفاده از تکنیکهای اقتصاد مهندسی مانند NPW، ROR، B/C و غیره.

گرچه شرایط و حوادث آینده قابل پیش‌بینی است، ولی عواملی مانند وضع آب و هوا، توسعه فنی و اقتصادی، اوضاع سیاسی، بازارهای جهانی، تقاضا و غیره قابل کنترل نیستند. اگر مساله به درختی تشبیه شود (شکل ۱-۱۶) شاخه‌های اصلی، طرحهای مختلف و شاخه‌های فرعی، نتایج هستند. ریشه درخت (یا مساله) مربوط به گذشته بوده و از اطلاعات گذشته تشکیل می‌شود. اطلاعات مورد نیاز، از گذشته (ریشه)، حال (اندام)، آینده (طرحها) و یا ترکیبی از آنها به دست می‌آید. کمبود اطلاعات، مشکل عمومی در ارزیابی ریسک می‌باشد. این مشکل در شکل زیر با خط چین نشان داده شده است.



درخت مساله که ریشه در گذشته دارد و نتایج که در آینده به ثمر خواهد نشست.

۳- فرموله کردن مساله

در فرموله کردن مساله، همیشه حالت محافظه کارانه حفظ می‌شود، که این حالت در مطالعات اقتصادی همان برخورد بدبینانه با فرایندهای مالی آینده می‌باشد. در این فصل مدلهایی ارائه می‌شود که به فرموله کردن مساله کمک می‌نماید. این مدلهای به شرایطی که

دارای احتمالات گسسته^۱ هستند محدود می شوند و در عین حال جهت حل بسیاری از مسایل عملی کافی می باشند.

۴- ارزیابی مساله

برای انتخاب بهترین طرح، به هر یک از طرحها وزن داده می شود، هزینه ها با درآمدها مقایسه می شوند و طرحی انتخاب می شود که دارای بهترین معیارهای تصمیم گیری باشد.

اصول احتمالات

ارزیابی ریسک زمانی قابل انجام است که حوادث آینده را بتوان پیش بینی کرد و احتمال وقوع آن حوادث را تخمین زد. برای پیش بینی حوادث آینده که بر طرحها اثر می گذارند، ابتدا باید شرایط را طبقه بندی نمود. مثلاً اگر شرایط بازار تغییر کند، فروش سالیانه ممکن است کم، متوسط، زیاد و یا خیلی زیاد باشد. نحوه طبقه بندی، به میزان تغییرات بین دو حالت نیز بستگی پیدا می کند. سپس فرآیند مالی برای هر حالت تخمین زده می شود. مثلاً فروش سالیانه: کمتر از ۵۰,۰۰۰، ۵۰,۰۰۰ تا ۱۲۵,۰۰۰ و بیشتر از ۱۲۵,۰۰۰ واحد پولی. تخمین احتمالات مربوط به هر یک از حالات فوق، براساس تجربه یا شواهد موجود و جنبه های تاریخی انجام می شود. خلاصه ای از قوانین احتمالات که در آنالیز ریسک از آنها استفاده می شود به شرح زیر است:

- ۱- رویدادها از لحاظ آماری، وابسته یا مستقل اند. رویدادهائی را مستقل می گویند که وقوع رویدادهای دیگر، تاثیری بر وقوع آنها نداشته باشد.
- ۲- احتمالات مستقل و ناسازگار را می توان با یکدیگر جمع کرد.
- ۳- احتمال اینکه دو یا چند رویداد مستقل، با هم و یا بطور متوالی رخ دهند برابر است با حاصلضرب احتمال وقوع هر یک از رویدادها در یکدیگر.

● مثال ۱-۱۶- تولیدات ماشینی از لحاظ درجه مرغوبیت سه نوع است: عالی (A)، قابل قبول (B) و مردود (C). از تعداد ۱,۰۰۰ قلم از محصول، تعداد ۲۱۴ عدد از نوع A، ۶۹۲ عدد از نوع B و ۹۴ عدد از نوع C بوده‌اند. احتمال تولید هر یک از انواع فوق عبارتست از:

$$P(A) = \frac{214}{1,000} = 0/214, \quad P(B) = \frac{692}{1,000} = 0/692, \quad P(C) = \frac{94}{1,000} = 0/094$$

احتمال اینکه حداقل یک محصول قابل قبول باشد چیست؟

حل: احتمال تولید یک محصول قابل قبول، شامل مجموعه احتمالات محصولات با کیفیت عالی و قابل قبول است:

$$P(A+B) = P(A) + P(B) = 0/214 + 0/692 = 0/906$$

$$P(A+B) = P(C') = 1 - P(C) = 1 - 0/094 = 0/906$$

● مثال ۲-۱۶- در یک سری نمونه‌گیری که از تولیدات ماشینی اخذ شد، مشخص شده است که از هر ۱۰۰ واحد، ۴ واحد آنها معیوب هستند. احتمال اینکه از ۵ واحد محصول انتخاب شده، همه سالم باشند چقدر است؟ احتمال اینکه بیش از یک محصول معیوب نباشد چیست؟

حل: اگر $P = 0/04$ برابر احتمال اینکه یکی از محصولات معیوب است باشد، احتمال اینکه ۵ واحد محصول همه سالم باشند، به صورت زیر است:

$$P(0) = (0/04)^0 (0/96)^5 = (0/96)^5 = 0/82$$

و احتمال اینکه بیش از یک محصول معیوب نباشد:

$$P(1) = 0/82 + 5(0/04)^1(0/96)^4 = 0/82 + 0/17 = 0/99$$

امید ریاضی

یک اندازه استاندارد برای بررسی های اقتصادی شامل ریسک را امید ریاضی می نامند، که اثر ریسک را بر نتایج بالقوه به وسیله میانگین وزنی^۱ نشان می دهد. با توجه به احتمال وقوع هر پدیده، ضربی به آن اختصاص یافته و مجموع حاصلضرب همه نتایج در احتمالات مربوطه، امید ریاضی (EV) آن پدیده خواهد بود:

$$EV_j = \sum_i P_i O_{ij} \quad (16-1)$$

که در آن P_i احتمال مستقل وقوع پدیده i ، $\sum P_i = 1$ و O_{ij} نتیجه طرح j برای پدیده i می باشد.

طبیعی است که در یک سرمایه گذاری تحت شرایط عدم اطمینان، امید ریاضی مثبت ترجیح داده می شود. در مقایسه طرحها، طرحی که امید ریاضی درآمدهای آن بیشتر باشد، اقتصادی ترین طرح خواهد بود. در این روش با توجه به تغییر شرایط آینده، ارزیابی طرحها بر مبنای به حداکثر رساندن سود یا به حداقل رساندن هزینه ها در بلندمدت می باشد.

جدول پرداخت^۲

برای سازماندهی و نمایش طرحها و نتایج مختلف، از جدول پرداخت استفاده می شود. در این جدول، هر ردیف بیانگر یک طرح است و نتایج آن بر حسب شرایط مربوط به آینده در ستونهای جدول نوشته می شود. در جدول (۱۶-۱) ارزش فعلی خالص دو محصول A و B با سه حالت مختلف در یک دوره ۳ ساله نشان داده شده است:

طرح	وضع پذیرش بازار		
	رد	متوسط	تسخیر بازار
محصول A	-۵۰,۰۰۰	۲۰۰,۰۰۰	۵۰۰,۰۰۰
محصول B	-۲۰۰,۰۰۰	۱۰۰,۰۰۰	۱,۰۰۰,۰۰۰

جدول ۱۶-۱

ارزش فعلی زیان محصول A برابر ۵۰,۰۰۰ واحد پولی و برابر با هزینه‌ای است که در اثر رد شدن محصول در بازار پرداخت می‌شود. اگر محصول A با پذیرش نسبی مواجه شود، سود مورد انتظار ۲۰۰,۰۰۰ واحد پولی است و اگر بتواند بازار را تسخیر نماید، سود مربوطه ۵۰۰,۰۰۰ واحد پولی خواهد بود. در حالتی که محصولات در بازار پذیرفته نشوند، زیان محصول B دارای هزینه‌ای معادل ۴ برابر زیان محصول A و در حالت تسخیر بازار سود حاصل از محصول B دوبرابر سود حاصل از محصول A خواهد بود. چون هزینه‌های تولید محصول B بیشتر است، در حالت متوسط، ارزش فعلی آن نصف ارزش فعلی محصول A است.

ممکن است تصور شود که حذف طرح B بهتر است، چرا که زیان ۲۰۰,۰۰۰ واحد پولی برای شرکت مصیبت‌بار است، در حالی که شاید زیان ۵۰,۰۰۰ واحد پولی قابل تحمل باشد. اگر هر یک از احتمالات در نظر گرفته شود، جدول زیر حاصل خواهد گردید:

طرح	نتایج حاصله با توجه به ریسک		
	$P(D) = ۰/۳$	$P(A) = ۰/۶$	$P(R) = ۰/۱$
محصول A	۵۰۰,۰۰۰	۲۰۰,۰۰۰	-۵۰,۰۰۰
محصول B	۱,۰۰۰,۰۰۰	۱۰۰,۰۰۰	-۲۰۰,۰۰۰

جدول ۱۶-۲ جدول پرداخت دو محصول A و B

در این مثال هر دو محصول، مشابه و دارای احتمال $0/1$ برای رد، $0/6$ در حالت متوسط و $0/3$ برای تسخیر بازار می‌باشند. بدیهی است که جمع احتمالات برابر ۱ می‌باشد. محاسبات امید ریاضی و انتخاب بهترین طرح به سادگی انجام می‌شود. برای مقایسه دو محصول A و B امید ریاضی آنها بصورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$EV_A = 0/1 (-50,000) + 0/6 (200,000) + 0/3 (500,000) = 265,000$$

$$EV_B = 0/1 (-200,000) + 0/6 (100,000) + 0/3 (1,000,000) = 340,000$$

بدیهی است با فرض اینکه سایر عوامل موثر بر تصمیم، نظیر واریانس دو طرح یکسان باشند، محصول B ترجیح داده می‌شود.

● مثال ۱۶-۳. یک خط تولید که برای ۳ سال مورد نیاز است دارای هزینه یکنواخت سالیانه $310,000$ واحد پولی است. طرح جدیدی برای خط تولید پیشنهاد شده است که هزینه اولیه آن $150,000$ واحد پولی است. هزینه سالیانه این طرح به احتمال 50% برابر با $210,000$ واحد پولی است و به احتمال 25% هزینه سالیانه طرح جدید، از $210,000$ واحد پولی در سال اول، به میزان $20,000$ واحد پولی و یا $75,000$ واحد پولی در هر یک از دو سال آینده افزایش می‌یابد. اگر حداقل نرخ جذب کننده 12% باشد، آیا نصب سیستم جدید اقتصادی است؟

حل: هزینه‌های یکنواخت سالیانه طرح جدید، تحت هر یک از شرایط آینده عبارتند از:

$$EUAC (P = 0/5) = 150,000 (A/P, \%, 12, 3) + 210,000 \\ = 272,453$$

$$EUAC (P = 0/25) = 150,000 (A/P, \%, 12, 3) + 210,000 + 20,000 (A/G, \%, 12, 3) \\ = 290,943$$

$$EUAC (P = 0/25) = 150,000 (A/P, \%, 12, 3) + 210,000 + 75,000 \times$$

$$(A/G, \%, 12, 3) = 341,790$$

اگر این مقادیر را در جدول پرداخت وارد کنیم، امید ریاضی محاسبه شده نشان می‌دهد که طرح جدید اقتصادی‌تر است:

طرح	P (۰/۵)	P (۰/۲۵)	P (۰/۲۵)	امید ریاضی (EV)
خط تولید فعلی	۳۱۰,۰۰۰	۳۱۰,۰۰۰	۳۱۰,۰۰۰	۳۱۰,۰۰۰
خط تولید جدید	۲۷۲,۴۵۳	۲۹۰,۹۴۳	۳۴۱,۷۹۰	۲۹۴,۴۱۰

قابل ذکر است که انتخاب خط تولید جدید بدون در نظر گرفتن واریانس طرحها ترجیح داده می‌شود.

● مثال ۱۶-۴. اطلاعات زیر در مورد فرآیند مالی تولید یک محصول جدید جمع‌آوری شده است. اگر حداقل نرخ جذب کننده ۱۰٪ باشد، با استفاده از روش ارزش فعلی خالص، تعیین کنید که آیا تولید محصول جدید اقتصادی است؟

سال	پیش‌بینی تقاضا		
	کاهش ۰/۱ P(A)	ثابت ۰/۳ P(B)	افزایش ۰/۶ P(C)
۰	-۳۰,۰۰۰	-۳۰,۰۰۰	-۳۰,۰۰۰
۱	۱۱,۰۰۰	۱۱,۰۰۰	۴,۰۰۰
۲	۱۰,۰۰۰	۱۱,۰۰۰	۷,۰۰۰
۳	۹,۰۰۰	۱۱,۰۰۰	۱۰,۰۰۰
۴	۸,۰۰۰	۱۱,۰۰۰	۱۳,۰۰۰

حل: ارزش فعلی خالص هر یک از شرایط تقاضا و امید ریاضی آن:

$$NPW_A = -30,000 + 11,000 (P/A, \%, 10, 4) - 1,000 (P/G, \%, 10, 4) = 492$$

$$NPW_B = -30,000 + 11,000 (P/A, \%, 10, 4) = 4,870$$

$$NPW_C = -30,000 + 4,000 (P/A, \%, 10, 4) + 3,000 (P/G, \%, 10, 4) = -4,185$$

$$EV(NPW) = 0/1 (492) + 0/3 (4,870) + 0/6 (-4,185) = -1,001$$

امید ریاضی ارزش فعلی طرح تولید محصول جدید منفی بوده و این طرح اقتصادی نیست.

● مثال ۱۶-۵. یک شرکت ساختمانی برآورد نموده است که هزینه آماده کردن مزایده یک پروژه ساختمانی ۸,۷۰۰ واحد پولی و هزینه تصمیم به عدم ارائه مزایده ۵۰۰ واحد پولی است. سود سالیانه حاصل از برنده شدن در مزایده یک پروژه ساختمانی ۴۰۰,۰۰۰ واحد پولی است. با توجه به اینکه در این قبیل پروژه‌ها رقابت سخت است، احتمال برنده شدن در یک مزایده را تعیین نمایید.

حل: نتایج حاصل از طرحهای مزایده و عدم ارائه آن، برای شرایط برد و باخت در آینده بصورت زیر است:

بدون مزایده	بردن $P(W)$	باخت $P(L)$
مزایده	۴۰۰,۰۰۰	-۸,۷۰۰
بدون مزایده	-۵۰۰	-۵۰۰

اگر $P(W)$ احتمال بردن مزایده باشد $P(W) = 1 - P(L)$ احتمال باخت است. برای حالت بی تفاوتی:

$$EV(\text{مزایده}) = EV(\text{بدون مزایده})$$

$$P(W)(-500) + [1 - P(W)](400,000) = P(W)(400,000) + [1 - P(W)](-8,700)$$

$$P(W) = 0/02$$

این شرکت ساختمانی باید با احتمالی بیش از ۲٪ اوقاتی که برای طرحهای جدید

اعلام مزایده می‌نماید، برنده شود. به عبارت دیگر پروژه‌ای ارزش مزایده را دارد که حداقل با احتمال ۰.۲ در ارائه مزایده برنده شود.

● مثال ۱۶-۶- رودخانه‌ای در ۷۰ سال گذشته، ۷۲ مرتبه طغیان کرده است. بنابراین تجزیه و تحلیل اقتصادی برای ساخت سدی بر روی رودخانه، نه تنها باید هزینه ساخت را شامل گردد، بلکه باید ریسک خسارت ناشی از طغیان رودخانه را نیز در نظر بگیرد. هرچه ارتفاع سد بلندتر باشد، هزینه اولیه بیشتر و در عین حال احتمال طغیان کمتر می‌شود. اطلاعات زیر برای افزایش ارتفاع سد و خسارت پیش‌بینی شده ناشی از طغیان داده شده است. اگر عمر سد ۱۰ سال و حداقل نرخ جذب کننده قابل قبول ۱۰٪ باشد، ارتفاع بهینه سد برای به حداقل رساندن هزینه‌های سالیانه چند فوت است؟

سطح آب بالای ارتفاع حداقل سد (F) فوت	تعداد سالهائی که ارتفاع آب، بالای (F) بوده	احتمال اینکه ارتفاع آب بالای (F) باشد	خسارت ناشی از سیل وقتی ارتفاع آب بالای F باشد	هزینه اولیه ساختن دیوارهای سد به ارتفاع F
۰-۵	۱۴ سال بالای ۰ F = ۰	$\frac{14}{70} = 0.2$	۷۰,۰۰۰	۱۳۵,۰۰۰
۵-۱۰	۱۴ سال بالای ۵ F = ۵	$\frac{14}{70} = 0.2$	۱۰۵,۰۰۰	۲۰۰,۰۰۰
۱۰-۱۵	۸ سال بالای ۱۰ F = ۱۰	$\frac{8}{70} = 0.11$	۱۵۰,۰۰۰	۳۸۰,۰۰۰
۱۵-۲۰	۶ سال بالای ۱۵ F = ۱۵	$\frac{6}{70} = 0.09$	۲۰۰,۰۰۰	۳۷۰,۰۰۰
بالای ۲۰	۰ سال بالای ۲۰ F = ۲۰	$\frac{0}{70} = 0$		۴۵۰,۰۰۰

حل: هزینه اولیه به هزینه یکنواخت سالیانه تبدیل می‌شود. مثلاً برای حداقل ارتفاع سد:

$$EUAC = 135,000 (A/P, \%, 10, 10) = 135,000 (0.16275) = 21,971$$

هزینه یکنواخت سالیانه برای ارتفاعات دیگر به طریق مشابه محاسبه می شود. اطلاعات مرتب شده برای محاسبات امید ریاضی خسارت ناشی از طغیان رودخانه، برای ارتفاعات مختلف سد، در جدول زیر خلاصه شده است. بعنوان مثال برای محاسبه امید ریاضی برای حداقل ارتفاع سد:

$$EV = 70,000 (0/2) + 105,000 (0/2) + 150,000 (0/11) + 200,000 (0/09) \\ = 69,500$$

که اگر به هزینه یکنواخت سالیانه اضافه شود، هزینه کل مورد انتظار برای حداقل ارتفاع سد $91,471 + 69,500 = 21,971$ خواهد بود. امید ریاضی سایر ارتفاعات به طریق مشابه محاسبه می شود:

ارتفاع دیوار بالای ارتفاع حداقل (F)	احتمال اینکه سطح آب بالای ارتفاع دیوار (F) باشد				امید ریاضی	هزینه سرمایه گذاری یکنواخت سالیانه	کل هزینه مورد انتظار سالیانه
	۰-۵	۵-۱۰	۱۰-۱۵	۱۵-۲۰			
	$P = 0/2$	$P = 0/2$	$P = 0/11$	$P = 0/09$			
۰	۷۰۰,۰۰۰	۱۰۵,۰۰۰	۱۵۰,۰۰۰	۲۰۰,۰۰۰	۶۹,۵۰۰	۲۱,۹۷۱	۹۱,۴۷۱
۵	—	۷۰,۰۰۰	۱۰۵,۰۰۰	۱۵۰,۰۰۰	۳۹,۱۵۰	۳۲,۵۵۰	۷۱,۶۰۰
۱۰	—	—	۷۰,۰۰۰	۱۰۵,۰۰۰	۱۷,۱۵۰	۴۵,۵۷۰	*۶۲,۷۲۰
۱۵	—	—	—	۷۰,۰۰۰	۶,۳۰۰	۶۰,۲۱۸	۶۶,۵۱۸
۲۰	—	—	—	—	—	۷۳,۲۳۸	۷۳,۲۳۸
خسارت سیل ناشی از افزایش سطح رودخانه بالای F							

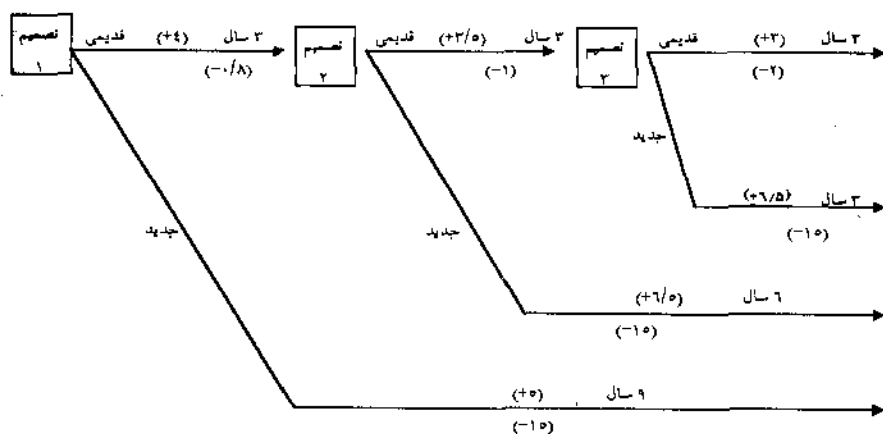
ارتفاع مناسب برای به حداقل رساندن هزینه کل سالیانه ۱۰ فوت بالای حداقل ارتفاع است.

روش درخت تصمیم در ارزیابی پروژه‌های سرمایه‌گذاری

روش کلی درخت تصمیم^۱، از شناسایی ضمنی طرحهای آینده و نتایج احتمالی و تصمیمات حاصل از یک تصمیم اولیه ناشی می‌شود. از آنجائی که در این روش، ریسک و تأثیرات آینده را در نظر گرفته می‌شود، در عمل کاربرد وسیعی دارد. نام «درخت تصمیم» به دلیل شکل گرافیکی این روش است که از شاخه‌ها برای نمایش طرحها و نتایج ممکن هر یک استفاده می‌شود. کاربرد این روش با مثالهایی برای حالت‌های غیراحتمالی و احتمالی در زیر بیان می‌شود.

حالت غیراحتمالی^۲

تصمیم تعویض یک ماشین قدیمی با ماشینی نو، تنها در یک مقطع از زمان مطرح نیست، بلکه تصمیم‌گیری، دوره‌ای می‌باشد:



شکل (۱۶-۲)

مثال تعویض ماشین در حالت غیراحتمالی

اگر در نقطه تصمیم ۱، ماشین قدیمی نگهداشته شود، پس باید در نقطه تصمیم ۲ انتخاب مجددی صورت گیرد. اگر باز ماشین قدیمی انتخاب شود، مجدداً باید در نقطه تصمیم ۳ انتخاب انجام گیرد. درآمد هر طرح، بالای شاخه و هزینه اولیه آن، در پائین شاخه بصورت اعداد مثبت و منفی نوشته شده است.

روش تصمیم‌گیری از این قرار است که از دورترین نقطه شروع کرده و با برگشت به مقصد، تصمیم اولیه تعیین می‌گردد.

الف) محاسبات، بدون در نظر گرفتن ارزش زمانی پول

محاسبات لازم و تصمیمات مربوطه در جدول (۱۶-۳) نشان داده شده است.

نقطه تصمیم	طرح	فرآیند مالی	انتخاب
۳	قدیمی	$7 = 3 - 2$	قدیمی
	جدید	$4/5 = 15 - 6/5$	
۲	قدیمی	$16/5 = 7 + 3/5 - 1$	جدید
	جدید	$24 = 15 - 6/5$	
۱	قدیمی	$34/2 = 24 + 4 - 0/8$	قدیمی
	جدید	$30 = 15 - 5$	

جدول ۱۶-۳

نتایج حاصل از بهترین طرح در نقطه ۳، بخشی از نتایج نقطه ۲ را تشکیل می‌دهد که به نقطه ۳ منتهی شده است. ابتدا باید ماشین قدیمی را نگهداشت و در پایان ۳ سال آینده، آن را با ماشین جدید تعویض نمود.

ب) محاسبات، با در نظر گرفتن ارزش زمانی پول

محاسبات با استفاده از روش ارزش فعلی و حداقل نرخ جذب‌کننده ۲۵٪ در جدول

(۱۶-۴) نشان داده شده است.

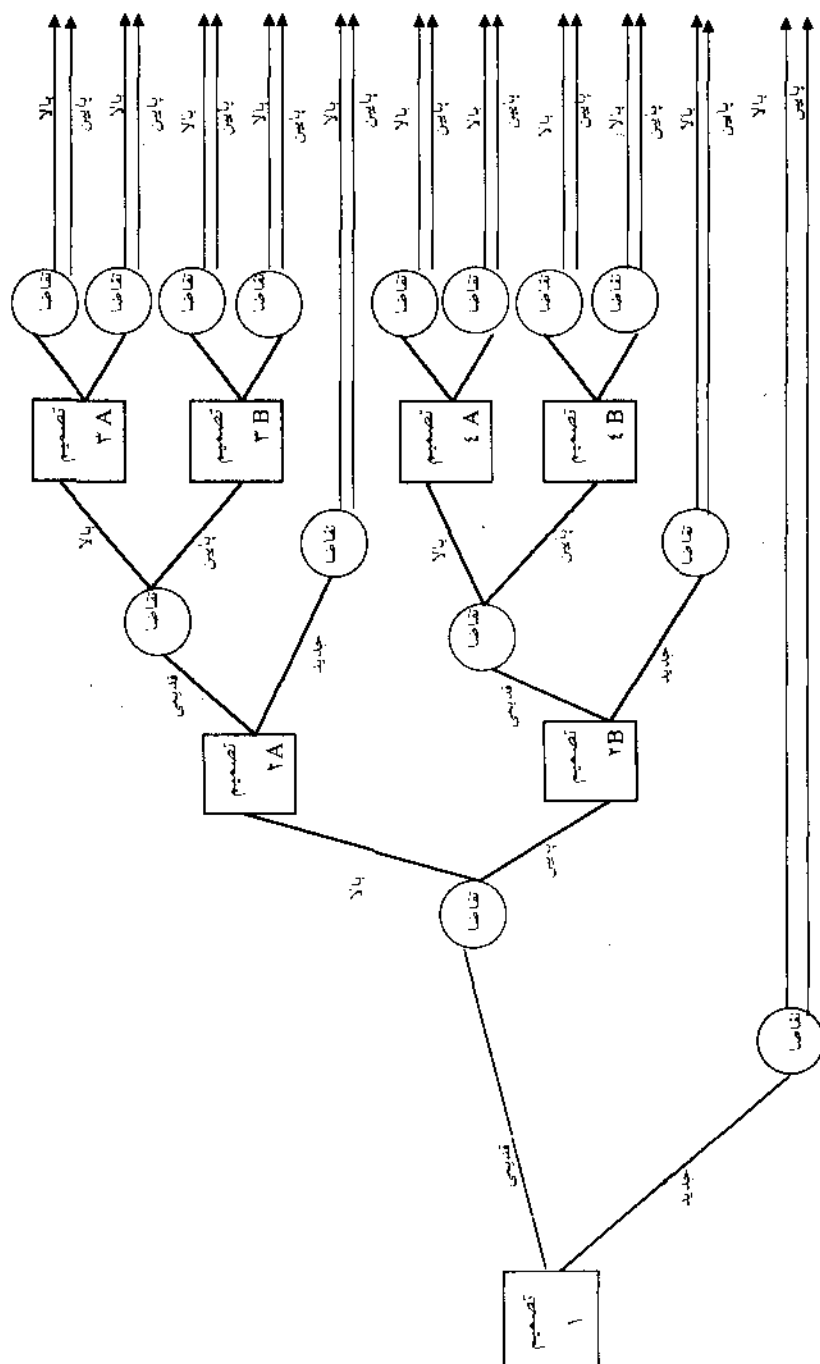
انتخاب	ارزش فعلی نتایج	طرح	نقطه تصمیم
قدیمی	$3(P/A, \%, 25, 3) - 2 = 3/85$	قدیمی	۳
	$6/5(P/A, \%, 25, 3) - 15 = -2/3$	جدید	
قدیمی	$3/85(P/F, \%, 25, 3) + 3/5(P/A, \%, 25, 3) - 1 = 7/89$	قدیمی	۲
	$6/5(P/A, \%, 25, 6) - 15 = 4/2$	جدید	
قدیمی	$7/89(P/F, \%, 25, 3) + 4(P/A, \%, 25, 3) - 0/8 = 11/05$	قدیمی	۱
	$5(P/A, \%, 25, 9) - 15 = 2/3$	جدید	

جدول ۱۶-۴

مشاهده می‌شود که نه تنها در نقطه تصمیم ۱، بلکه در نقاط ۲ و ۳ نیز ماشین قدیمی انتخاب می‌گردد. این نتیجه تعجب‌آور نیست، چرا که بالا بودن حداقل نرخ جذب کننده، منجر به انتخاب طرحهایی می‌گردد که سرمایه‌گذاری اولیه آنها پائین‌تر است.

حالت احتمالی^۱

در مثال قبل فرض کنید برای هر طرح، با توجه به بالا یا پائین بودن تقاضا، دو حالت موجود باشد: (شکل ۱۶-۳)



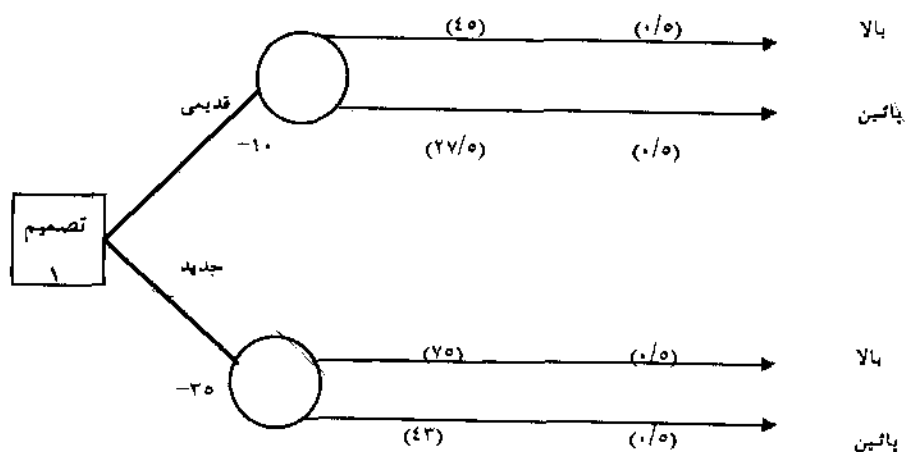
در اینجا برای هر طرح، شاخه‌هایی در نظر گرفته می‌شود که بیانگر احتمال وقوع حالات مختلف می‌باشد. برای انتخاب اقتصادی‌ترین طرح، از روش امید ریاضی استفاده می‌شود و با حرکت روبه مقصد، تصمیم مرحله ۱ تعیین می‌گردد.

روش بیز^۱

یکی از طرحهایی که اغلب در مسائلی تصمیم‌گیری در مورد سرمایه‌گذاری وجود دارد، تحقیق و بررسی بیشتر در مورد تقاضای بازار و هزینه‌های عملیاتی می‌باشد. روش آماری بیز، با استفاده از اطلاعات مورد نیاز و کافی، جهت اصلاح مقدار تخمین احتمالات بکار می‌رود.

● مثال ۱۶-۷. تصمیم یک مرحله‌ای شکل (۱۶-۴) را در نظر بگیرید:

حل:



شکل (۱۶-۴)

مسئله تصمیم یک مرحله‌ای

هر طرح دارای دو رویداد احتمالی بصورت بالا و پائین بودن تقاضا می باشد، و احتمال وقوع هریک مساوی فرض شده است. محاسبات امید ریاضی نشان می دهد که ماشین قدیمی باید انتخاب گردد:

$$\text{ماشین قدیمی} \quad 25(0/5) + 27/5(0/5) - 10 = 26/25$$

$$\text{ماشین جدید} \quad 75(0/5) + 43(0/5) - 35 = 24$$

برای استفاده از روش بیز، فرض کنید هزینه انجام مطالعات تحقیق و بررسی $0/1$ و احتمالات شرطی در مورد به نتیجه رسیدن این طرح به شرح زیر می باشد:

$$P(h|H) = 0/7 \quad P(h|D) = 0/2 \quad P(d|H) = 0/3 \quad P(d|D) = 0/8$$

که در آن h و d به ترتیب معرف تقاضاهای پیش بینی شده بالا و پائین و H و D به ترتیب بیانگر تقاضاهای واقعی بالا و پائین هستند. محاسبات روش بیز بصورت زیر است:

$$P(H|h) = \frac{P(h|H)P(H)}{P(h|H)P(H) + P(h|D)P(D)} = \frac{P(h|H)P(H)}{P(h)} = \frac{0/7(0/5)}{0/7(0/5) + 0/2(0/5)}$$

$$= \frac{0/35}{0/45} = 0/78$$

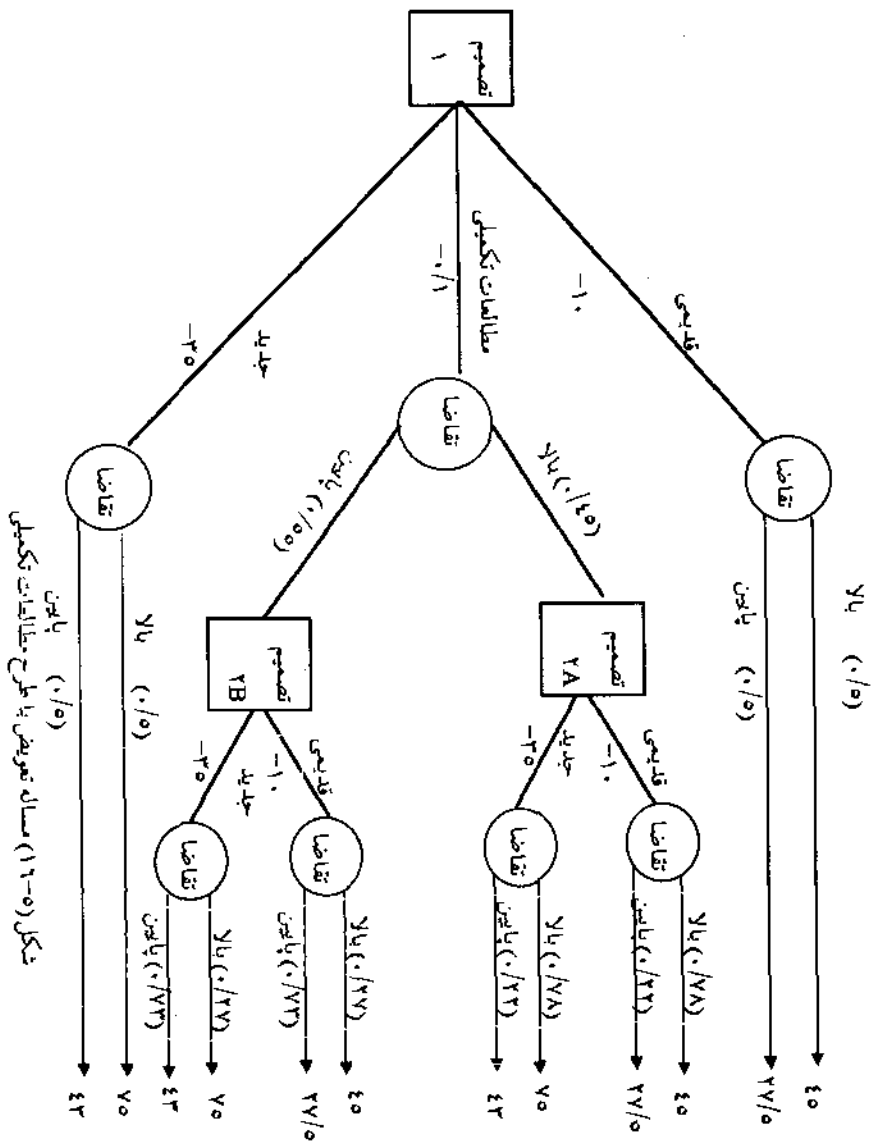
$$P(D|h) = \frac{P(h|D)P(D)}{P(h)} = \frac{0/1}{0/45} = 0/22$$

$$P(H|d) = \frac{P(d|H)P(H)}{P(d|H)P(H) + P(d|D)P(D)} = \frac{P(d|H)P(H)}{P(d)} = \frac{0/3(0/5)}{0/3(0/5) + 0/8(0/5)}$$

$$= \frac{0/15}{0/55} = 0/27$$

$$P(D|d) = \frac{P(d|D)P(D)}{P(d)} = \frac{0/4}{0/55} = 0/73$$

با استفاده از احتمالات فوق، درخت تصمیم برای طرح مطالعات تکمیلی در شکل (۱۶-۵) مشاهده می شود:



محاسبات امید ریاضی جدول (۱۶-۵) نشان می‌دهد که طرح مطالعات تکمیلی گرچه دارای هزینه اولیه ۰/۱ است ولی اقتصادی‌ترین طرح می‌باشد:

نقطه تصمیم	طرح	ارزش فعلی نتایج (طرحها)	انتخاب
۲A	قدیمی	$31/13 = 10 - (0/22) \times 27/5 + (0/78) \times 45$	جدید
	جدید	$32/95 = 35 - (0/22) \times 43 + (0/78) \times 75$	
۲B	قدیمی	$21/2 = 10 - (0/73) \times 27/5 + (0/27) \times 45$	قدیمی
	جدید	$16/6 = 35 - (0/73) \times 43 + (0/27) \times 75$	
۱	مطالعات	$26/4 = 0/1 - (0/55) \times 21/2 + (0/45) \times 32/95$	مطالعات
	تکمیلی		تکمیلی
	قدیمی	$26/25 =$ از جدول قبل	
	جدید	$24 =$ از جدول قبل	

جدول ۱۶-۵

نوع دیگر مطالعه درخت تصمیم زمانی است که به دامنه تغییرات تخمین پارامترها، احتمالاتی نسبت داده و سپس تمامی ترکیبات مختلف را در نظر گرفته و ارزش هر شاخه محاسبه شود، نتیجه نهائی حاصله را که نشان‌دهنده احتمال سرمایه‌گذاری برای کسب ارزشهای مختلف است، نتیجه حاصل از سرمایه‌گذاری همراه با ریسک می‌نامند. مطلب فوق در مثال زیر تشریح شده است.

● مثال ۱۶-۸. هزینه اولیه طرحی ۲۰۰,۰۰۰ واحد پولی و محتملترین درآمد خالص ۱۰۰,۰۰۰ واحد پولی در سال است. عمر طرح ۴ سال بوده و ارزش اسقاطی ندارد و حداقل نرخ جذب کننده ۹٪ است. اگر احتمال وقوع محتملترین درآمد خالص ۰/۵ باشد، و همچنین درآمد خالص در حالت بدبینانه با احتمال ۰/۳ به مبلغ ۵۰,۰۰۰ واحد پولی و در حالت خوشبینانه با احتمال ۰/۲ به مبلغ ۱۲۵,۰۰۰ واحد پولی باشد، آیا این

طرح اقتصادی است؟ عمر پروژه تحت شرایط عدم اطمینان و احتمالات متناسب برای ۲، ۳، ۴ و ۵ سال به ترتیب ۰/۲، ۰/۲، ۰/۵ و ۰/۱ می‌باشد.

حل: در شرایط فعلی

$$NPW = -200,000 + 100,000 (P/A, \%, 9, 4) = 123,960$$

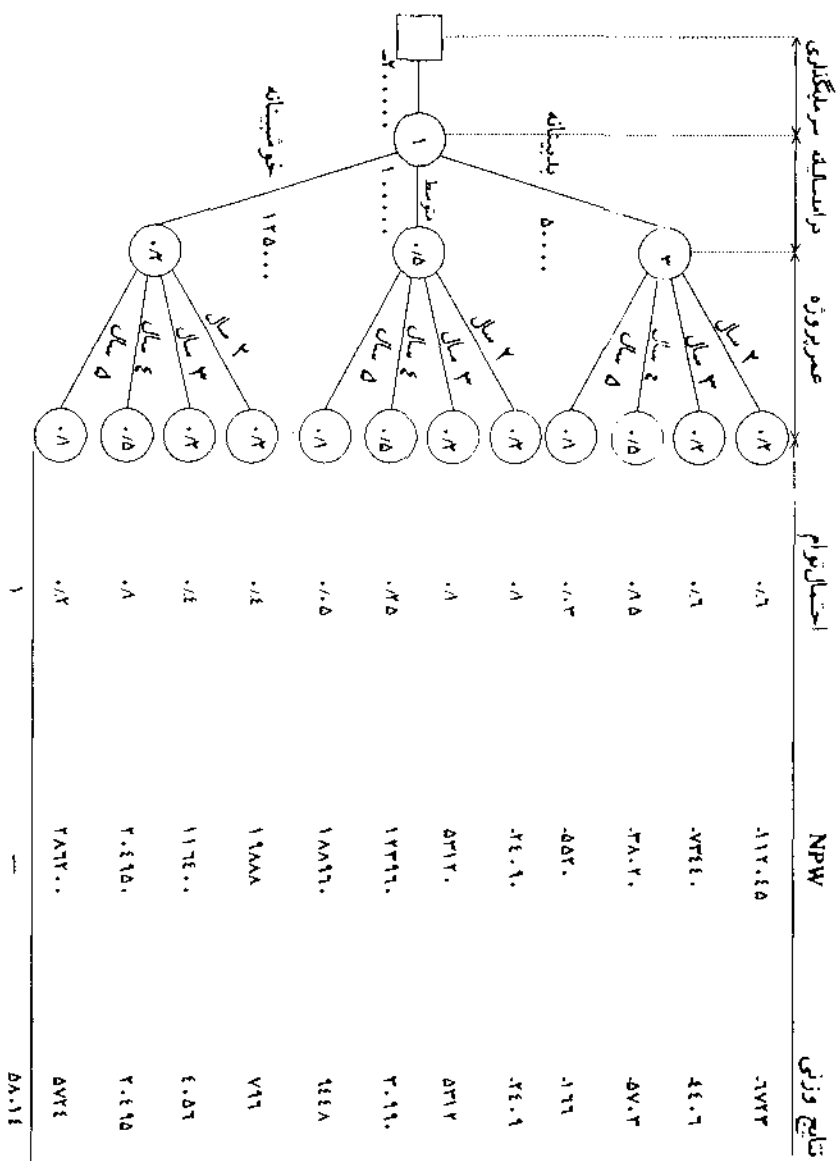
محاسبات در حالت ریسک در شکل زیر (درخت تصمیم‌گیری) خلاصه شده است. از حاصلضرب احتمالات فاکتورهایی که در گره‌ها نوشته شده‌اند، احتمال توام بدست می‌آید. بعنوان مثال، احتمال توام برای درآمد سالیانه ۵۰,۰۰۰ واحد پولی در ۲ سال برابر با ۰/۰۶ است، که از ضرب احتمال درآمد سالیانه (۰/۳) و احتمال دوره ۲ ساله (۰/۲) در یکدیگر حاصل شده است. محاسبات NPW اولین شاخه بشرح زیر انجام شده است:

$$NPW = -200,000 + 50,000 (P/A, \%, 9, 2) = -112,045$$

از حاصلضرب NPW در احتمال توام هر شاخه، ارزش وزنی آن شاخه بدست می‌آید:

$$0/06 (-112,045) = -6,723$$

و امید ریاضی کل از جمع مقادیر ارزش فعلی حاصل می‌شود و برابر است با $EV = 58,014$ که کوچکتر از ارزش فعلی براساس محتملترین فرآیند مالی است. با در نظر گرفتن واریانس درخت تصمیم‌گیری، احتمال کسب ارزش فعلی خالص بزرگتر از صفر قابل محاسبه است. محاسبه واریانس در صفحات بعد آمده است.



● مثال ۹-۱۶. با بررسیهای مختلف در فرآیند مالی یک پروژه، تقلیل هزینه‌ها معلوم شده است که سرمایه‌گذاری اولیه به احتمال $0/4$ به میزان $50,000$ واحد پولی و به احتمال $0/6$ به مبلغ $30,000$ واحد پولی خواهد بود. ارزش فعلی صرفه‌جوئی سالیانه، پس از کسر مالیات به مبلغ $20,000$ ، $12,000$ و $8,000$ واحد پولی و به ترتیب با احتمالات $0/2$ ، $0/3$ و $0/5$ می‌باشد. نتایج حاصل از سرمایه‌گذاری تحت شرایط ریسک و امید ریاضی پروژه را محاسبه کنید.

حل: اگر I و S بترتیب نماینده میزان سرمایه‌گذاری و صرفه‌جویی باشند، نتیجه حالات ممکن در آینده، بشرح زیر است:

نتایج وزنی	احتمال توام	ارزش فعلی خالص (پس از مالیات)	حالات ممکن
$8,400$	$0/12 = 0/2(0/6)$	$20,000(5)230,000 = 70,000$	$S(P = 0/2) I(P = 0/6)$
$5,400$	$0/18 = 0/3(0/6)$	$12,000(5)230,000 = 30,000$	$S(P = 0/3) I(P = 0/6)$
$3,000$	$0/30 = 0/5(0/6)$	$8,000(5)230,000 = 10,000$	$S(P = 0/5) I(P = 0/6)$
$4,000$	$0/08 = 0/2(0/4)$	$20,000(5)250,000 = 50,000$	$S(P = 0/2) I(P = 0/4)$
$1,200$	$0/12 = 0/3(0/4)$	$12,000(5)250,000 = 10,000$	$S(P = 0/3) I(P = 0/4)$
$-2,000$	$0/20 = 0/5(0/4)$	$8,000(5)250,000 = -10,000$	$S(P = 0/5) I(P = 0/4)$
$20,000$	۱		

احتمال اینکه پروژه دچار زیان گردد ۲۰ درصد است اما امید ریاضی $20,000$ واحد پولی می‌باشد.

ریسک در آنالیز مالی

ریسک مالی در یک پروژه سرمایه‌گذاری را می‌توان به صورت تغییرات در عوامل

مختلف و مخصوصاً درآمدهای حاصله تعریف کرد. انتظار می‌رود که درآمدهای حاصل از سرمایه‌گذاری با حداقل ریسک، تنها مقدار ناچیزی با نتایج پیش‌بینی شده، تفاوت داشته باشد. هر نوع افزایش در زمان کل سرمایه‌گذاری یا کاهش اطمینان به درآمدها، باعث بیشتر شدن ریسک می‌گردد.

توزیع و واریانس

فرض کنید امید ریاضی نتایج حاصل از دو طرح سرمایه‌گذاری، یکسان است اما دامنه تغییرات تخمینها نشان می‌دهد که طرح A باید اقتصادی‌تر باشد. سه تخمین زیر برای میزان تقاضا همراه با امید ریاضی در اختیار است.

طرح	تقاضا کم ($P = 0/2$)	تقاضا متوسط ($P = 0/6$)	تقاضا زیاد ($P = 0/2$)	امید ریاضی
A	۱,۱۰۰	۱,۰۰۰	۹۰۰	۱,۰۰۰
B	۱,۶۰۰	۱,۰۰۰	۴۰۰	۱,۰۰۰

جدول ۱۶-۶ تغییرات دو طرح با امید ریاضی یکسان

یک مقدار کمی برای نشان دادن تفاوت نتایج فرآیند مالی از امید ریاضی، واریانس^۱ (Var) و انحراف استاندارد^۲ (σ) است و برای یک توزیع گسسته^۳ روابط زیر برقرار است:

$$\sigma = \sqrt{\text{Var}} = \sqrt{\sum_i P_i (O_i - EV)^2} \quad (16-2)$$

که در آن P_i احتمال وقوع i امین نتیجه O_i و EV امید ریاضی است ($EV = \sum_i P_i O_i$)

با استفاده از اطلاعات جدول (۱۶-۶):

$$\sigma_A = \sqrt{0/2(900 - 1,000)^2 + 0/6(1,000 - 1,000)^2 + 0/2(1,100 - 1,000)^2} \\ = \sqrt{2,000} = 63/25$$

$$\sigma_B = \sqrt{0/2(200 - 1,000)^2 + 0/6(1,000 - 1,000)^2 + 0/2(1,600 - 1,000)^2} \\ = 379/47$$

که وجود تغییرات و پراکندگی بیشتر در طرح B را تأیید می‌کند و طرح A به طریق B ترجیح داده می‌شود.

اگر سه حالت فوق از لحاظ تئوری، به تمامی سطوح ممکن تقاضا با احتمالات مربوط به هر یک تعمیم داده شود، توزیع، پیوسته^۱ خواهد بود. دو نوع توزیع که معمولاً از آنها در آنالیز ریسک استفاده می‌شود عبارتند از نرمال و بتا. در توزیع پیوسته، احتمال بوسیله سطح زیر منحنی توزیع تعیین و امید ریاضی با انتگرال‌گیری محاسبه می‌شود. برای توزیع نرمال، جدولی که احتمالات مربوط به نتایج فرآیند مالی (متغیر تصادفی) را با امید ریاضی و انحراف استاندارد معین، مشخص می‌کند ارائه شده است. این جدول در ضمیمه دو کتاب موجود است.

● مثال ۱۰-۱۶. فرض کنید یک فرآیند مالی از توزیع نرمال پیروی کند. اگر امید ریاضی ارزش فعلی ۱,۰۰۰ واحد پولی با انحراف استاندارد تخمینی ۱۰۰ واحد پولی باشد، ادعا شده است که تنها به احتمال ۱۰ درصد ارزش فعلی فرآیند مالی کمتر از ۸۷۵ واحد پولی خواهد بود. آیا این ادعا صحیح است؟ اگر به احتمال ۲۰٪ ارزش فعلی فرآیند مالی به میزان حداقل ۲۰۰ واحد پولی بیش از میانگین (امید ریاضی) باشد، مقدار انحراف استاندارد را محاسبه نمایید.

حل: با استفاده از رابطه $P(NPW < x) = P(Z < \frac{x - \mu}{\sigma})$ که در آن NPW نتیجه طرح است که بطور نرمال توزیع شده و x مقدار متغیر تصادفی و z انحراف استاندارد نرمال

می باشد داریم:

$$P(NPW < 875) = P(z < \frac{875 - 1,000}{100}) = P(z < \frac{-125}{100}) = P(z < -1/25) = 0/106$$

بنابراین ادعا صحیح است. محاسبه انحراف معیار بصورت زیر است:

$$P(NPW \geq 1,200) = 0/2 = P(z \geq \frac{1,200 - 1,000}{\sigma}) = P(0/84 \geq \frac{200}{\sigma})$$

$$\sigma = 238$$

● مثال ۱۱-۱۶. دو طرح M و W را با توزیع احتمالی گسته زیر در نظر بگیرید. کدامیک از این دو طرح اقتصادی تر است؟

P(M)	0/2	0/2	0/2	0/2	0/2
فرآیند مالی طرح M	-11	-3	5	13	21

P(W)	0/4	0/3	0/2	0/1
فرآیند مالی طرح W	-3	5	13	21

حل: محاسبه امید ریاضی هر طرح بصورت زیر است:

$$EV(M) = 0/2(-11) + 0/2(-3) + 0/2(5) + 0/2(13) + 0/2(21) = 5$$

$$EV(W) = 0/4(-3) + 0/3(5) + 0/2(13) + 0/1(21) = 5$$

امید ریاضی هر دو طرح یکسان است، محاسبات انحراف استاندارد بشرح زیر می باشد:

$$\sigma_M = \sqrt{0/2(-11-5)^2 + 0/2(-3-5)^2 + 0/2(5-5)^2 + 0/2(13-5)^2 + 0/2(21-5)^2}$$

$$\sigma_W = \sqrt{0/4(-3-5)^2 + 0/3(5-5)^2 + 0/2(13-5)^2 + 0/1(21-5)^2} = \sqrt{64} = 8$$

از آنجا که انحراف استاندارد طرح W کمتر می‌باشد، در نتیجه این طرح به خاطر داشتن ریسک کمتر اقتصادی‌تر است.

● مثال ۱۲-۱۶. محتملترین ارزش فعلی از یک سرمایه‌گذاری، ۱,۰۰۰ واحد پولی است. برآورد خوشبینانه و بدبینانه ارزش فعلی این طرح به ترتیب ۲,۰۰۰ و ۶۰۰ واحد پولی است. اگر توزیع درآمدها و هزینه‌ها از توزیع «بتا» تبعیت نماید، امید ریاضی و واریانس ارزش فعلی این پروژه را بدست آورید.

حل:

$$EV = \frac{O + 4M + P}{6} = \frac{600 + 4(1,000) + 2,000}{6} = 1,100$$

$$\sigma^2 = \left(\frac{O - P}{6} \right)^2 = \left(\frac{600 - 2,000}{6} \right)^2 = 54,444$$

روابط ریسک مالی

حتی محاسبه واریانس یک طرح به تنهایی نمی‌تواند شاهی برای رد یا قبول آن طرح باشد. سه عامل مهم دیگر عبارتند از:

۱- زمانی که ریسک اتفاق می‌افتد (چه مدت از شروع طرح گذشته است؟)

۲- ضریب تغییرات طرح با توجه به مبلغ سرمایه‌گذاری شده

۳- رابطه طرح با سرمایه‌گذارهای دیگری که شرکت انجام می‌دهد.

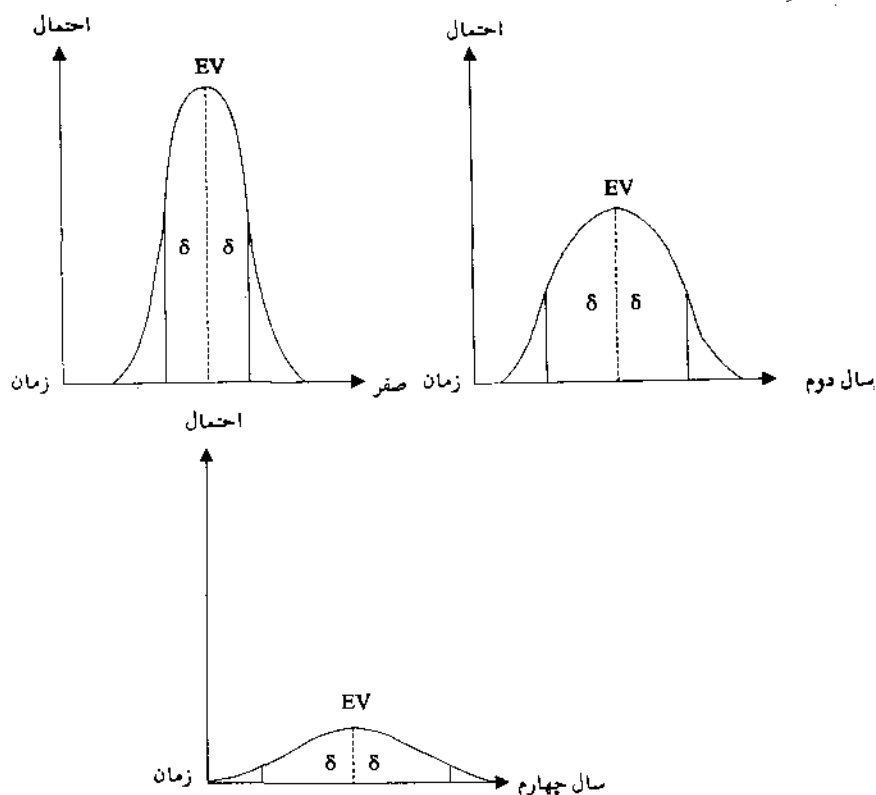
اکنون به توضیح هر مورد می‌پردازیم:

۱- زمان ریسک

کاملاً منطقی است که اطمینان به تخمینهای چندین سال بعد، کمتر از اعتماد به تخمینهای آینده نزدیک است.

این مفهوم در شکلهای زیر به تصویر کشیده شده است. هر سه توزیع دارای امید

ریاضی یکسانند ولی انحراف استاندارد با زمان افزایش می‌یابد. افزایش در انحراف استاندارد به صورت حاصلضرب انحراف استاندارد اولیه در ریشه دوم تعداد سالهای برنامه‌ریزی (n)، که دوره‌های زمانی از زمان صفر است، بصورت زیر ارائه می‌شود:



شکل (۶-۱۶)

ریسک بصورت تابعی از زمان

۲- ضریب تغییرات

اگر میزان سرمایه‌گذاری‌های اولیه طرح‌ها متفاوت باشند، تصمیم‌گیری براساس انحراف استاندارد ممکن است اشتباه باشد. فرض کنید طرح C به طرح‌های جدول (۱۶-۶) اضافه شود. نتایج مورد انتظار این طرح عبارتند از ۹۸۰,۰۰۰، ۱,۰۰۰,۰۰۰ و ۱,۰۲۰,۰۰۰ واحد پولی به ترتیب با احتمالات ۰/۲، ۰/۶، ۰/۲ می‌باشد. امید ریاضی طرح برابر ۱,۰۰۰,۰۰۰ واحد پولی است و انحراف استاندارد عبارتست از:

$$\sigma_C = \sqrt{0/2(980,000 - 1,000,000)^2 - 0/6(0)^2 + 0/2(1,020,000 - 1,000,000)^2}$$

$$= \sqrt{160,000,000} = 12,649$$

در مقایسه با $\sigma_C = 63/25$ و $\sigma_B = 379/47$ ممکن است نتیجه‌گیری شود که ریسک طرح C بیشتر است، چرا که انحراف استاندارد بیشتری دارد. این تصور غلط با محاسبه ضریب تغییرات^۱ (CV) برطرف می‌گردد. این ضریب از تقسیم نمودن انحراف استاندارد بر امید ریاضی یا میانگین مورد انتظار بدست می‌آید:

$$CV = \frac{\sigma}{EV} \quad (16-3)$$

$$CV_C = \frac{12,649}{1,000,000} = 0/0126 \text{ و } CV_A = \frac{63}{1,000} = 0/06 \text{ و } CV_B = \frac{379}{1,000} = 0/379$$

مشاهده می‌شود که ضریب تغییرات طرح C کمترین است و این طرح اقتصادی‌تر از دو طرح A و B می‌باشد.

۳- سیاست توزیع سرمایه

در مساله بودجه‌بندی سرمایه، طرح‌های سرمایه‌گذاری نه تنها باید با یکدیگر

مقایسه شوند، بلکه باید از نظر بازگشت سرمایه با سرمایه‌گذاریهای قبلی نیز مقایسه‌ای صورت پذیرد تا بازگشت کلی حاصل از کل سرمایه‌ها هم کسب شده باشد. اصولاً برای شرکتها شرایط مطلوب اینست که از نوسانات زیاد بین فرایندهای مالی مثبت و منفی اجتناب کنند و فرآیند ثابتی را اتخاذ نمایند. ارتباط بین فرآیند مالی یک پروژه با فرآیند مالی ناشی از سایر سرمایه‌گذاریها، بوسیله تجزیه و تحلیل همبستگی^۱ اندازه‌گیری می‌شود. ضریب همبستگی مثبت ($r = 1$) بدین معنی است که فرایند مالی طرح، منطبق بر الگوی فرایند مالی کل می‌باشد و برای ($r = -1$) خلاف این مطلب صادق است. درجه همبستگی مربوط به توزیع سرمایه با فرض اینکه کل سرمایه‌گذاری می‌تواند به یک پروژه تخصیص یابد بصورت زیر است:

۱- طرحی که دارای همبستگی منفی با سایر فرایندهای مالی باشد، به فرآیند مالی کلی ترجیح داده می‌شود. ریسک با هموارسازی ترقی و تنزلها از طریق معکوس کردن، کاهش می‌یابد.

۲- طرحهای ناهمبسته ($r = 0$) به طرحهایی که فرآیند مالی آنها دارای همبستگی مثبت با سایر فرایندهای مالی است، ترجیح داده می‌شوند.

۳- هرچه روند فرآیند مالی پروژه به فرآیند مالی کل نزدیکتر باشد، ریسک کمتر کاهش می‌یابد. پروژه‌ای که همبستگی مثبت دارد ($r = 1$) به معکوس شدن فرآیند مالی کمکی نمی‌کند، لذا مشارکتی در کاهش ریسک ندارد.

بیشتر پروژه‌ها با کل فرآیند مالی شرکت همبستگی مثبت دارند، چرا که عملیات اصلی محصولات و بازارهای شرکت، به آنها اختصاص می‌یابد. هدف از در نظر گرفتن همبستگی فرآیند مالی، امتیاز دادن به طرحهایی است که ترقی و تنزلهای فصلی و سیکلی را کاهش می‌دهند.

● مثال ۱۳-۱۶. شرکتی دو طرح سرمایه‌گذاری دارد و می‌خواهد اثر آن را به فرآیند مالی کل بررسی نماید. کاهش تغییرات این فرآیند، باعث کاهش احتمال ورشکستگی و

سایر هزینه‌ها در حالت زیان‌آور اقتصادی می‌گردد. ثبات فرآیند مالی پروژه که در جدول زیر بیان شده است را ارزیابی نمایید:

طرح	وضع اقتصادی	احتمال	نتیجه فرآیند مالی	سایر فرآیندها مالی شرکت	کل فرآیند مالی شرکت
۱	ترقی	۰/۲	۲۰	۲۰۰	۲۲۰
	معمولی	۰/۶	۳۰	۱۶۰	۱۹۰
	تنزل	۰/۲	۴۰	۱۲۰	۱۶۰
۲	ترقی	۰/۲	۴۰	۲۰۰	۲۴۰
	معمول	۰/۶	۳۰	۱۶۰	۱۹۰
	تنزل	۰/۲	۲۰	۱۲۰	۱۴۰

حل: هر دو طرح دارای امید ریاضی و واریانس یکسانند، اما فرآیند مالی طرح ۱ دارای همبستگی منفی با سایر فرآیندهای مالی شرکت است و در نتیجه انتخاب طرح ۱ باعث کاهش انحراف استاندارد فرآیند کل خواهد شد:

$$\sigma_{\text{طرح ۱}} = \sqrt{0.2(220 - 190)^2 + 0.6(190 - 190)^2 + 0.2(160 - 190)^2} = 18/97$$

$$\sigma_{\text{طرح ۲}} = \sqrt{0.2(240 - 190)^2 + 0.6(190 - 190)^2 + 0.2(140 - 190)^2} = 31/62$$

با افزودن نتیجه فرآیند مالی طرح ۱ به سایر فرآیندهای مالی شرکت، دامنه تغییرات ترقی به تنزل، از $80 = 120 - 200$ به $60 = 160 - 220$ کاهش می‌یابد و انتخاب طرح ۱ بدیهی می‌شود.

● مثال ۱۴-۱۶. پروژه‌های زیر را تجزیه و تحلیل نموده، براساس ضرایب تغییرات و همبستگی، بهترین پروژه را انتخاب نمایید.

پروژه	ضریب تغییرات	همبستگی با سایر فرآیندهای مالی
P_1	۰/۸	۰/۴
P_2	۰/۴	۰/۲
P_3	۰/۳	-۰/۲
P_4	۰/۳	۰
P_5	۰/۵	۰/۲

حل: پروژه P_1 پرریسک‌ترین پروژه است، زیرا بیشترین همبستگی را با سایر فرآیندهای مالی شرکت و بیشترین ضریب تغییرات را دارد. پروژه P_3 کم‌ریسک‌ترین پروژه است، چون دارای همبستگی منفی بوده و ضریب تغییرات پایینی دارد. ترتیب ارجحیت از کمترین تا بیشترین ریسک عبارت است از P_3, P_4, P_2, P_5 و P_1 .

ریسک در فرآیند مالی تجمعی^۱

در شرایط قطعی، ارزش فعلی پروژه از طریق تبدیل فرآیند مالی به سال صفر بدست می‌آید. در مواقع دیگری که طبیعت درآمدها و هزینه‌ها نامعلوم است، می‌توان میانگین و واریانس فرآیند مالی در هر دوره را تخمین زده توزیع مقادیر ارزش فعلی را تعیین کرد. مدل ریسک ارزش فعلی به روابط فرآیندهای مالی دوره‌ای بستگی دارد. مثلاً ممکن است فرآیند مالی زیاد در سال اول، منجر به فرآیندهای مالی زیاد در سالهای بعد گردد. در این حالت کوواریانس^۲ مثبتی بین دو فرآیند وجود دارد. بحث زیر محدود به موردی می‌شود که فرآیندهای مالی یک طرح سرمایه‌گذاری مستقل باشند. با استفاده از فرمول ارزش فعلی که در آن x_t ، متغیرهای تصادفی و معرف فرآیندهای مالی در سالهای

مختلف است داریم:

$$NPW = x_0 + \frac{x_1}{(1+i)^1} + \dots + \frac{x_n}{(1+i)^n} \quad (16-4)$$

امید ریاضی طرفین معادله (۱۶-۴) به صورت زیر است:

$$EV(NPW) = \mu_0 + \frac{\mu_1}{(1+i)^1} + \dots + \frac{\mu_n}{(1+i)^n} \quad (16-5)$$

که در آن μ میانگینهای توزیعهای فرآیند مالی در طول t دوره است. در حقیقت امید ریاضی ارزش فعلی مورد انتظار یک سری فرآیند مالی عبارتست از مجموع امید ریاضی هر یک از فرآیندهای مالی. با استفاده از قضیه حد مرکزی^۱ که می‌گوید توزیع مجموع متغیرهای تصادفی مستقل، وقتی تعداد جملات (نمونه‌ها) افزایش یابد، به سمت نرمال میل می‌کند، توزیع NPW را نرمال با میانگین $EV(NPW)$ و واریانس $Var(NPW)$ فرض می‌کنیم. فرمول واریانس به صورت زیر خواهد بود:

$$Var(NPW) = \sigma_0^2 + \frac{\sigma_1^2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{\sigma_n^2}{(1+i)^{2n}} \quad (16-6)$$

که در آن σ^2 واریانسهای فرآیندهای مالی دوره‌ای هستند. این فرمول با توجه به روابط بدست آمده است:

- ۱- واریانس مقدار ثابت $(1+i)^{-n}$ ضربدر متغیر تصادفی μ_n ، برابر با مقدار ثابت مجذور شده $(1+i)^{-2n}$ ضربدر واریانس متغیر تصادفی σ_n^2 است.
- ۲- واریانس مجموع (NPW) برابر با مجموع واریانسهای فرآیندهای مالی $Var(NPW)$ است.

● مثال ۱۵-۱۶- شرکتی قصد سرمایه‌گذاری به میزان ۲۰,۰۰۰ واحد پولی در طرحی را دارد. پیش‌بینی می‌شود که درآمد خالص مستقل، با توزیع نرمال و با میانگین ۱۰,۰۰۰ واحد پولی و انحراف استاندارد ۲,۰۰۰ واحد پولی باشد، اگر $n = 3$ سال و حداقل نرخ جذب‌کننده ۱۰٪ و ارزش اسقاطی صفر باشد مطلوب است:

۱- امید ریاضی ارزش فعلی خالص تحت شرایط ریسک و اطمینان

۲- احتمال اینکه ارزش فعلی طرح منفی باشد

حل: در شرایط ریسک:

$$EV(NPW) = -20,000 + \frac{10,000}{(1+0/1)^1} + \frac{10,000}{(1+0/1)^2} + \frac{10,000}{(1+0/1)^3} = 4,870$$

و در شرایط اطمینان:

$$NPW = -20,000 + 10,000 (P/A, \%, 10, 3) = 4,870$$

گرچه NPW سرمایه‌گذاری مثبت است ولی چون ریسک دخالت دارد، پذیرش آن معلوم نیست. با محاسبه واریانس، میزان ریسک معلوم می‌شود:

$$\text{Var}(NPW) = 0 + \frac{(2,000)^2}{(1+0/1)^1} + \frac{(2,000)^2}{(1+0/1)^2} + \frac{(2,000)^2}{(1+0/1)^3} = 8,295,900$$

که در آن $\sigma_0^2 = 0$ است زیرا طبق فرض، سرمایه‌گذاری اولیه با قطعیت معلوم است. احتمال توزیع NPW با محاسبه انحراف استاندارد معلوم می‌شود:

$$\sigma_{PW} = \sqrt{\text{Var}(PW)} = \sqrt{8,295,900} = 2,880$$

با فرض اینکه PW دارای توزیع نرمال است، احتمال اینکه در این سرمایه‌گذاری زیان

داشته باشیم از جدول Z محاسبه می‌شود:

$$P(NPW < 0) = P(z < \frac{0 - EV(NPW)}{\sigma_{NPW}}) = P(z < \frac{0 - 4,870}{2,880}) = P(z < -1/69) = 0/046$$

تقریباً ۴/۶٪ احتمال دارد که ارزش فعلی خالص سرمایه‌گذاری منفی باشد.

● مثال ۱۶-۱۶- فرض کنید انحراف استاندارد فرآیند مالی در سالهای دوم و سوم از ۲,۰۰۰ واحد پولی به ترتیب به ۳,۰۰۰ و ۴,۰۰۰ واحد پولی افزایش یابد. اثر این کاهش اطمینان به آینده و بیشتر شدن ریسک، بر احتمال منفی شدن NPW چیست؟

حل: امید ریاضی فرآیند مالی همان ۴,۸۷۰ خواهد بود. اما واریانس با زمان افزایش خواهد یافت:

$$\text{Var}(NPW) = 0 + (2,000)^2 (P/F, \%, 10, 2) + (3,000)^2 (P/F, \%, 10, 4) + (4,000)^2 \times (P/F, \%, 10, 6) = 18,484,700$$

$$\sigma_{NPW} = \sqrt{\text{Var}(NPW)} = 4,300$$

$$P(NPW < 0) = P(z < \frac{0 - 4,870}{4,300}) = P(z < -1/132) = 0/1292$$

احتمال زیان، تقریباً ۳ برابر مثال قبل است. دلیل این امر افزایش واریانسهای فرآیند مالی در آینده دورتر (سالهای دوم و سوم) می‌باشد.

استفاده از روابط آماری

با استفاده از روابط مناسب آماری، الگوهای مختلف فرآیند مالی و اطلاعات می‌توان در تحلیل ریسک بررسی نمود:

۱- اگر x متغیر تصادفی باشد، $\text{Var}(x) = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}$ که در آن $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ میانگین

متغیرهای تصادفی است.

۲- طریق دیگر محاسبه σ_{NPW} استفاده از روش
 $Var(NPW) = EV(NPW^2) - [EV(NPW)]^2$ می باشد.

۳- برای هر واریانس $Var(Cx) = C^2 Var(x)$ که C ثابت است.

۴- اگر A و B دو مولفه مختلف فرآیند مالی باشند که در یک دوره زمانی اتفاق می افتند (مانند درآمد و هزینه در یکسال) و هر دو متغیرهای تصادفی مستقل باشند، می توان هر دو را با یک توزیع (نرمال) به میانگین $EV(A+B) = EV(A) + EV(B)$ و واریانس $\sigma_{A+B}^2 = \sigma_{A-B}^2 = \sigma_A^2 + \sigma_B^2$ نشان داد.

اگر فرآیندهای مالی، همبسته و یا توزیعها غیرنرمال باشند، فرمولها پیچیده تر می شود و استفاده از روشهای معمولی غیرممکن می گردد. در این حالت می توان با استفاده از تکنیکهای شبیه سازی، پاسخهای قابل قبول را بدست آورد.

● مثال ۱۷-۱۶- هزینه سالیانه یک پروژه صنعتی ۲۰,۰۰۰ واحد پولی و انحراف استاندارد ۳,۰۰۰ واحد پولی می باشد. صرفه جوئی حاصله ۲۴,۰۰۰ واحد پولی در سال با انحراف استاندارد ۴,۰۰۰ واحد پولی خواهد بود. عمر پروژه ۳ سال و حداقل نرخ جذب کننده ۲۰٪ قبل از کسر مالیات است. احتمال اینکه انجام پروژه باعث یک زیان بزرگ و احتمال اینکه ارزش فعلی خالص بالغ بر ۱۰,۰۰۰ واحد پولی شود، چقدر است؟

حل: امید ریاضی ارزش فعلی صرفه جوئی و هزینه ها:

$$EV(NPW) = (24,000 - 20,000) (P/A, \%, 20, 3) = 8,426$$

واریانس با استفاده از رابطه

$$\sigma^2 (\text{هزینه ها}) + \sigma^2 (\text{صرفه جوئی}) = \sigma^2 (\text{هزینه ها} - \text{صرفه جوئی})$$

بدست می آید.

$$Var(NPW) = (3,000)^2 (P/F, \%, 20, 2) + (3,000)^2 (P/F, \%, 20, 4) + (3,000)^2$$

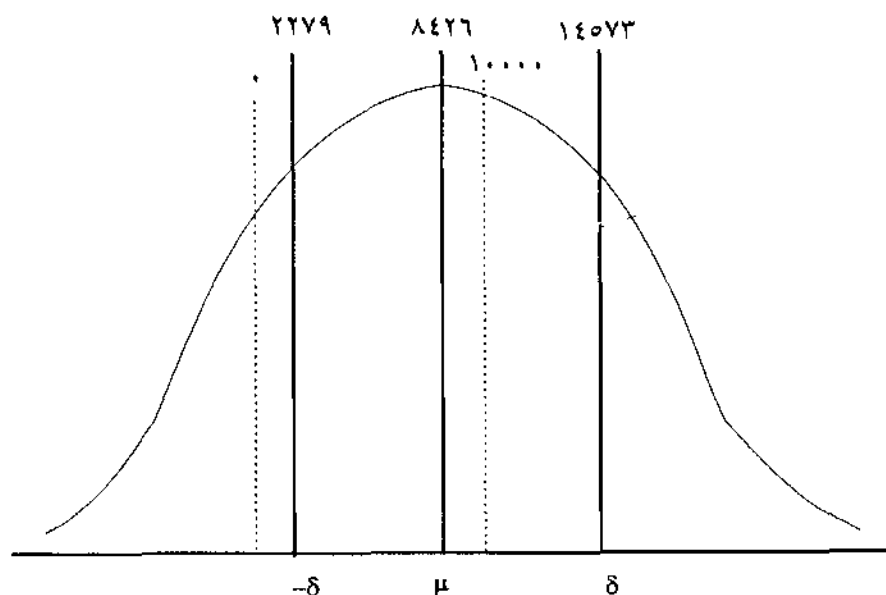
$$(P/F, 1/20, 6) + (4,000)^2 (P/F, 1/20, 2) + (4,000)^2 (P/F, 1/20, 4) \\ + (4,000)^2 (P/F, 1/20, 6) = 37,790,000$$

$$\sigma_{NPW} = \sqrt{\text{Var}(NPW)} = 6,147$$

با فرض اینکه توزیع NPW نرمال باشد:

$$P(NPW < 0) = P(z < \frac{0 - 8,426}{6,147}) = P(z < -1/37) = 0/853 = 1/8/5$$

$$P(NPW \geq 10,000) = P(z \geq \frac{10,000 - 8,426}{6,147}) = P(z \geq 0/2556) = 0/4 = 1/4/0$$



شبیه‌سازی^۱

شبیه‌سازی عبارت از وانمود کردن یا فرض کردن ظاهر چیزی، بدون داشتن شکل حقیقی آن است. در اقتصاد مهندسی، شبیه‌سازی برای وانمود کردن یک سیستم

حقیقی، به منظور مشاهده و کسب اطلاعات از ظاهر آن سیستم حقیقی بکار می‌رود. این خروج از واقعیت دارای مزایائی برای مشاهده بهتر یک سیستم حقیقی است. درواقع مشاهده را می‌توان ساده‌تر و کم‌هزینه‌تر و با در نظر گرفتن کلیه عوامل انجام داد. امروزه استفاده از شبیه‌سازی سرعت افزایش یافته و با دسترسی به کامپیوتر، تجزیه و تحلیلها با آگاهی و بصیرت بیشتر انجام می‌شود. شبیه‌سازی کامپیوتری یک راه موثر برای بیان روابط اقتصادی پیچیده می‌باشد که زحمت استفاده از روشهای سعی و خطا را کم کرده است. برای حل مسائلی که دارای مدلهای قابل حل نیستند (مانند مدلهای غیرخطی یا مدلهای کنترل موجودی که همزمان سفارش و هم نرخ تقاضا متغیر است) می‌توان آنها را با استفاده از تکنیکهای شبیه‌سازی حل و اثر عددی طرحهای مختلف را بررسی نمود. باید توجه داشت که شبیه‌سازی همیشه نمی‌تواند بهینه بودن جواب را تضمین نماید.

شبیه‌سازی مونت کارلو^۱

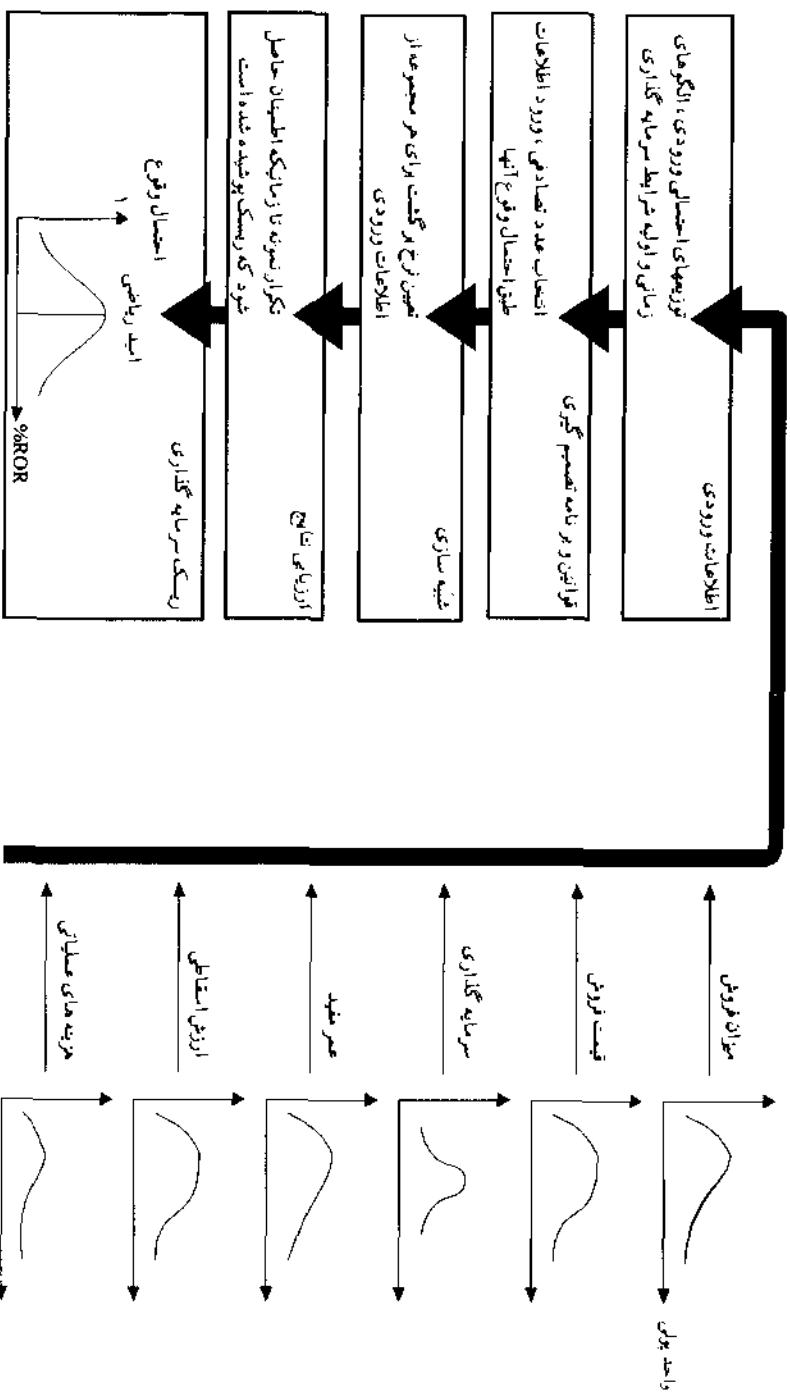
مونت کارلو نام معروفی برای تکنیک شبیه‌سازی است که از تولید اعداد تصادفی برای انتخاب رویدادهای معین، با توجه به توزیع احتمالی وقوع آن رویداد استفاده می‌کند. برای تولید اعداد تصادفی می‌توان از سکه، تاس، چرخ گردان و غیره استفاده کرد. رایج‌ترین نوع، جدول اعداد تصادفی است که در آن اعداد بطور تصادفی و بدون ترتیب و الگوی خاص توزیع شده‌اند. الگوریتم‌های تولید اعداد تصادفی در کلیه میکروکامپیوترها نیز موجود است. نمونه‌ای از این جدول در زیر مشاهده می‌شود:

۳۲,۸۶۷	۵۳,۰۱۷	۲۲,۶۶۱	۳۹,۶۱۰	۰۳,۷۹۶	۲۳,۶۹۳	۱۸,۷۵۲
۲۳,۱۱۱	۲۸,۳۲۵	۸۲,۳۱۹	۶۵,۵۸۹	۶۶,۰۴۸	۰۴,۹۴۴	۶۱,۶۹۱
۳۸,۹۴۷	۶۰,۲۰۷	۷۰,۶۶۷	۳۹,۸۴۳	۶۰,۶۰۷	۶۳,۹۴۸	۴۹,۱۹۷
۷۱,۶۸۴	۷۴,۸۵۹	۷۶,۵۰۱	۹۳,۴۵۶	۹۵,۷۱۴	۸۷,۲۹۱	۱۹,۴۳۶
۱۵,۶۰۶	۱۳,۵۴۳	۰۹,۶۲۱	۶۸,۳۰۱	۶۹,۸۱۷	۳۹,۱۴۳	۶۴,۸۹۳
۵۵,۸۴۷	۵۶,۱۵۵	۴۲,۸۷۸	۲۳,۷۰۸	۹۷,۹۹۹	۴۰,۱۳۱	۵۲,۳۶۰
۹۴,۰۹۵	۹۵,۹۷۰	۰۷,۸۲۶	۲۵,۹۹۱	۳۷,۵۸۴	۵۶,۹۶۶	۶۸,۶۲۳
۱۱,۷۵۱	۶۹,۴۶۹	۲,۵۲۱	۴۴,۰۹۷	۰۷,۵۱۱	۸۸,۹۷۶	۳۰,۱۲۲
۶۹,۹۰۲	۰۸,۹۹۵	۲۷,۸۲۱	۱۱,۷۵۸	۶۴,۹۸۹	۶۱,۹۰۲	۳۲,۱۳۱

جدول ۱۶-۷ نمونه‌ای از جدول اعداد تصادفی

شبیه‌سازی فرآیند مالی

نظر به اینکه توزیع بیشتر مولفه‌های فرآیند مالی قابل پیش‌بینی است و با توجه به تکرار بسیار زیاد محاسبات، می‌توان برای شبیه‌سازی فرآیند مالی از کامپیوتر استفاده کرد. در شکل (۱۶-۷) طریقه کلی شبیه‌سازی نرخ بازگشت سرمایه یک پروژه نشان داده شده است.



شکل (۶-۱)

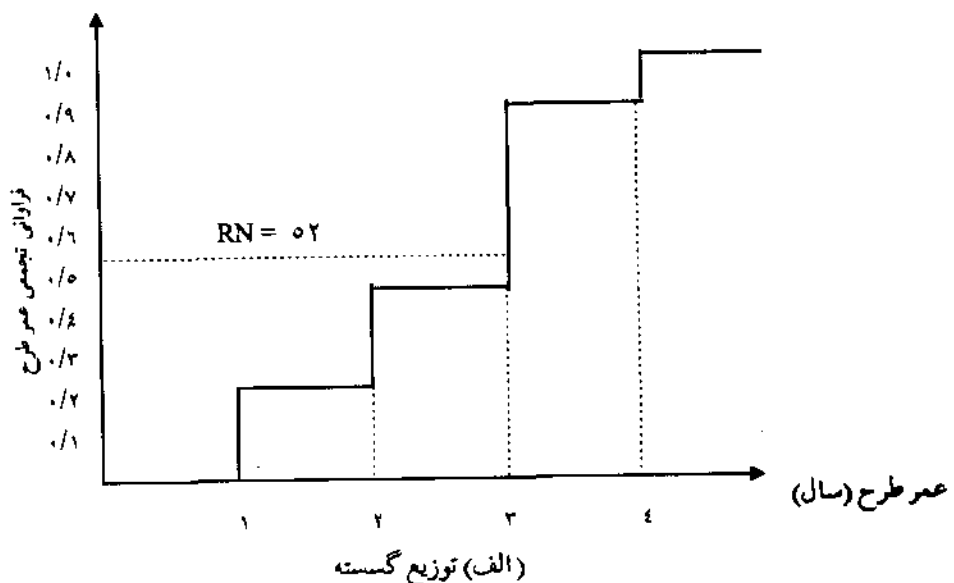
فلوجارت شبیه سازی، جهت ارزیابی سرمایه گذاری در معرض ریسک

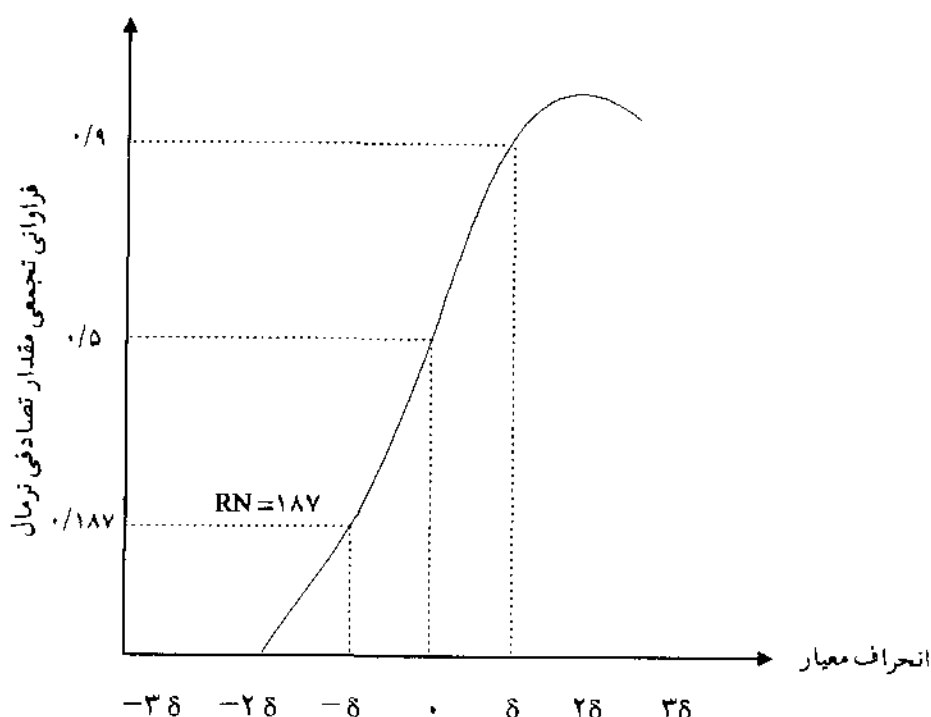
اطلاعات ورودی همان عوامل فرآیند مالی هستند که توزیع آنها باید مشخص باشد و با تولید اعداد تصادفی می‌توان مقادیر کمی برای متغیرهای ورودی در هر بار راندن^۱ ایجاد نمود. سپس مطابق روابط موجود در برنامه کامپیوتری، ورودیهای شبیه‌سازی شده با سایر فاکتورهای معلوم، ترکیب شده نتیجه آن بار راندن را تشکیل می‌دهد. خروجی می‌تواند NPW، ROR یا معیارهائی مانند عمر مفید (N) باشد. بعد از اینکه به تعداد کافی راندن انجام شد، و امید ریاضی و واریانس نتایج تعیین می‌گردد.

در شکل (۱۶-۸) اطلاعات ورودی برای یک مثال نشان داده شده است. شکل (الف) مربوط به توزیع گسسته عمر پروژه است که در آن:

$$P(N=1) = 0.2, P(N=2) = 0.3, P(N=3) = 0.4, P(N=4) = 0.1$$

شکل (ب) برای تولید متغیرهای تصادفی با توزیع نرمال است که در آن میانگین توزیع صفر و انحراف استاندارد برابر یک می‌باشد. در مثال (۱۶-۱۸) از این شکلها استفاده می‌شود:





شکل (۸-۱۶)

(ب) توزیع پیوسته

توزیعهای تجمعی نمونه برای شبیه سازی به طریق دستی

(خط چین ها مربوط به مثال (۱۸-۱۶) است)

برای شبیه سازی کامپیوتری می توان از زبانهای کامپیوتری با مقاصد خاص مانند FORTRAN، BASIC و PL/1 استفاده کرد. البته زبانهای ویژه شبیه سازی دیگری با کارایی برنامه نویسی بیشتر وجود دارد که از مهمترین آنها می توان از GPSS، GASP، SIMSCRIPT و SLAM نام برد. در شبیه سازی باید مدل اصلی و منطق برنامه مورد رسیدگی قرار گیرد. بررسی، از فرضیات مدل در برابر هدف مطالعه آغاز می شود و تا ارزیابی خروجی در مقابل واقعیت ادامه می یابد. بدین منظور می توان متوسط خروجی را

روی محور افقی، در برابر تعداد رانند‌ها رسم کرد. خطا زمانی ناچیز است که خط متوسط خروجی‌ها تقریباً افقی باشد.

● مثال ۱۸-۱۶- هزینه اولیه یک طرح ساختمانی دارای میانگین ۲,۰۰۰,۰۰۰ واحد پولی و انحراف استاندارد ۵۰۰,۰۰۰ واحد پولی است. با فرض اینکه توزیع هزینه‌ها نرمال و عمر پروژه بین ۱ تا ۴ سال (شکل ۱۶-۸ الف) و قبل از مالیات $MARR = 20\%$ و ارزش اسقاطی صفر باشد، هزینه یکنواخت سالیانه پروژه را با روش شیهه‌سازی دستی تعیین نمایید.

حل: با فرض اینکه هزینه‌ها و عمر پروژه از لحاظ آماری مستقل‌اند، هزینه یکنواخت سالیانه (EUAC) محاسبه می‌شود: $EUAC = P (A/P, 20\%, n)$ هزینه اولیه (P) و عمر پروژه (n) در هر تکرار شیهه‌سازی می‌شوند. هزینه اولیه با استفاده از عدد تصادفی نرمال از (شکل ۱۶-۸ ب) تخمین زده می‌شود.

با جایگزین کردن مقادیر تولیدشده در معادله بالا، EUAC در هر تکرار محاسبه می‌شود. در جدول (۱۶-۸) ده تکرار مشاهده می‌شود. اعداد تصادفی برای (P) از سه رقم اول سمت راست ستون جدول اعداد تصادفی (جدول ۱۶-۷) گرفته شده است. دو رقم بعدی در هر عدد تصادفی در همان ستون برای تعیین عمر بکار رفته است. مثلاً در عدد تصادفی $RN = 18752$ سه رقم اول (۱۸۷) بعنوان ورودی در شکل (ب) بکار رفته و منتهی شده است به انحراف زمان استاندارد $0/89$ - (با استفاده از جدول نرمال) و دو رقم بعدی این عدد تصادفی (۵۲) نشان‌دهنده عمر ۳ سال است (همانطور که در شکل ۱۶-۸ الف و «ب» دیده می‌شود). هزینه یکنواخت سالیانه برای تکرار نخست:

$$EUAC = [2,000,000 - 0/89 (500,000)] (A/P, 20\%, 3) \\ = 1,555,000 (0/47473) = 738,205$$

هزینه اولیه			عمر پروژه			
عدد تصادفی	z	$P=2,000,000 + z(500,000)$	عدد تصادفی	n	$(A/P) \cdot (20/n)$	$EUAC = P \left(\frac{A}{P} \cdot (20/n) \right)$
۱۸۷	-۰/۸۹	۱,۵۵۵,۰۰۰	۵۲	۳	۰/۴۷۴۷۳	۷۳۸,۲۰۵
۶۱۶	۰/۳	۲,۱۵۰,۰۰۰	۹۱	۴	۰/۳۸۶۲۹	۸۳۰,۵۲۴
۴۹۱	-۰/۰۲	۱,۹۹۰,۰۰۰	۹۷	۴	۰/۳۸۶۲۹	۷۶۸,۷۱۷
۱۹۴	-۰/۸۶	۱,۵۷۰,۰۰۰	۳۶	۲	۰/۶۵۴۵۵	۱,۰۲۷,۶۴۴
۶۴۸	+۰/۳۸	۲,۱۹۰,۰۰۰	۹۳	۴	۰/۳۸۶۲۹	۸۴۵,۹۷۵
۶۴۲	۰/۳۷	۲,۱۸۵,۰۰۰	۲۲	۲	۰/۶۵۴۵۵	۱,۴۳۰,۱۹۲
۵۲۳	۰/۰۶	۲,۰۳۰,۰۰۰	۶۰	۳	۰/۴۷۴۷۳	۹۶۳,۷۰۲
۶۸۶	-۰/۴۹	۲,۲۴۵,۰۰۰	۲۳	۲	۰/۶۵۴۵۵	۱,۴۶۹,۴۶۵
۳۰۱	-۰/۵۲	۱,۷۴۰,۰۰۰	۲۲	۲	۰/۶۵۴۵۵	۱,۱۳۸,۹۱۷
۳۲۱	-۰/۴۷	۱,۷۶۵,۰۰۰	۳۱	۲	۰/۶۵۴۵۵	۱,۱۵۵,۲۸۱
						۱۰,۳۶۸,۶۲۲

جدول ۱۶-۸ تعداد ۱۰ تکرار شبیه‌سازی هزینه اولیه و عمر جهت تعیین هزینه یکنواخت سالانه پروژه

تخمین EUAC براساس ۱۰ بار تکرار (که بسیار محدود است)، متوسط مقدار نتایج است:

$$\frac{10,368,622}{10} = 1,036,862$$

بدیهی است که اگر به جای ۱۰ بار، ۱۰۰ بار یا ۱,۰۰۰ بار تکرار صورت گیرد و محاسبات توسط کامپیوتر انجام شود، نتیجه بهتری بدست خواهد آمد.

سابروتین‌های تولید اعداد و متغیرهای تصادفی

باید متذکر شد که سابروتین‌های متعددی جهت تولید اعداد و متغیرهای تصادفی

موجود است. معمولاً در کامپیوترهای مختلف، از جمله میکروکامپیوترها، با پانچ جمله $R = \text{RND}(R)$ می‌توان به عدد تصادفی (R) دست یافت. سابروتین‌های مختلف متغیرهای تصادفی نیز در اغلب کتابهای شبیه‌سازی موجود است.

الف: در مورد چند توزیع پیوسته

سابروتین‌های تولید متغیر تصادفی چند توزیع پیوسته (متصل) به صورت زیر است:

۱- توزیع یکنواخت:^۱ 1. SUBROUTINE UNIFORM (A,B,X)

2. $R = \text{RND}(R)$

3. $X = A + (B-A) * R$

4. RETURN

۲- توزیع نمائی:^۲ 1. SUBROUTINE EXPENT (EX,X)

2. $R = \text{RND}(R)$

3. $X = -EX * \text{LOG}(R)$

4. RETURN

۳- توزیع گاما:^۳ 1. SUBROUTINE GAMMA (K,A,X)

2. $TR = 1.0$

3. DO 5 I = 1,K

4. $R = \text{RND}(R)$

5. $TR = TR * R$

6. $X = -\text{LOG}(TR) * A$

7. RETURN

- ۴- توزیع نرمال^۱:
1. SUBROUTINE NORMAL (EV,STD,X)
 2. SUM = 0.0
 3. DO 5 I = 1,12
 4. R = RND (R)
 5. SUM = SUM + R
 6. X = STD * (SUM - 6.0) + EV
 7. RETURN

ب: در مورد چند توزیع گسسته

سابروتین‌های زیر، متغیر تصادفی چند توزیع گسسته (متفصل) را تولید می‌نماید:

- ۱- توزیع پاسکال^۲:
1. SUBROUTINE PASCAL (K,Q,X)
 2. TR = 1.0
 3. QR = LOG (Q)
 4. DO 6 I = 1,K
 5. R = RND (R)
 6. TR = TR * R
 7. NX = LOG (TR) / QR
 8. X = NX
 9. RETURN

- ۲- توزیع دو جمله‌ای^۳:
1. SUBROUTINE BINOM (N,P,X)
 2. X = 0.0
 3. DO 7 I = 1,N

4. $R = \text{RND}(R)$

5. IF $(R - P)$ 6,6,7

6. $X = X + 1.0$

7. CONTINUE

8. RETURN

1. SUBROUTINE HYPGEO (TN,NS,P,X)

۳-توزیع فوق هندسی^۱:

2. $X = 0.0$

3. DO 11 I = 1,NS

4. $R = \text{RND}(R)$

5. IF $(R - P)$ 6,6,9

6. $S = 1.0$

7. $X = X + 1.0$

8. GO TO 10

9. $S = 0.0$

10. $P = (TN * P - S) / (TN - 1.0)$

11. $TN = TN - 1.0$

12. RETURN

1. SUBROUTINE POISSON (P,X)

۴-توزیع پواسون^۲:

2. $X = 0.0$

3. $B = \text{EXP}(P)$

4. $TR = 1.0$

5. $R = \text{RND}(R)$

6. $TR = TR * R$
7. IF $(TR - B) > 10,8,8$
8. $X = X + 1.0$
9. GO TO 5
10. RETURN

مثال زیر شبیه مثال قبل است، با این تفاوت که درآمد سالیانه از توزیع یکنواخت پیروی می‌کند.

● مثال ۱۹-۱۶- هزینه اولیه اکتشاف معدنی طبق توزیع نرمال با میانگین ۲,۰۰۰,۰۰۰ واحد پولی و انحراف استاندارد ۵۰۰,۰۰۰ واحد پولی است. عمر این معدن با احتمالات $0/1$ و $0/4, 0/3, 0/2$ به ترتیب ۱، ۲، ۳ و ۴ سال و درآمد سالیانه این معدن از توزیع یکنواخت در فاصله (۱,۸۰۰,۰۰۰ - ۱,۶۰۰,۰۰۰) تبعیت می‌کند. آیا اجرای این پروژه اقتصادی است؟ $MARR = 20\%$

حل: با استفاده از سابروین‌های نرمال و یکنواخت متغیرهای تصادفی هزینه اولیه و درآمد سالیانه محاسبه شده است. محاسبه عمر پروژه نیز با استفاده از تولید اعداد تصادفی حاصل شده است. لیست برنامه کامپیوتری در زیر آمده است. این مساله برای ۲۰ بار حل و نتایج در جدولی شامل $EUAB$ ، $EUAC$ ، $NEUA$ که به ترتیب عمر مفید، درآمد یکنواخت سالیانه، هزینه یکنواخت سالیانه و خالص یکنواخت سالیانه هستند، مشخص گردیده است. همانطور که مشاهده می‌شود میانگین خالص یکنواخت سالیانه برابر با $519320/005$ شده است:

	EUAB	EUAC	NEUA
10 PRINT" N			
20 PRINT"			
30 FOR K=1 TO 20			
40 I = .2			
50 A=1600000 : B=1800000			
60 EX=2000000 : VX=500000			
70 GOSUB 200			
80 GOSUB 270			
90 GOSUB 310			
100 $X=I^*(1+I) \uparrow N$			
110 $Y=-1+(1+I) \uparrow N$			
120 $E2UC=P^*(X/Y)$			
130 $NAU=E1UB-E2UC$			
140 PRINTTAB (1) E1UBTAB (2) E2UCTAB (2) NAU			
150 PRINT			
160 SUM=SUM+NAU			
170 NEXT K			
175 PRINT"			
180 MEAN=SUM/20			
190 PRINT"MEAN="MEAN			
195 END			
200 R1=RNE (1)			
210 IF R1 < .2 THEN N=1 : RETURN			
220 IF R1 < .5 THEN N=2 : RETURN			
230 IF R1 < .9 THEN N=3 : RETURN			
240 N=4			
250 RETURN			
270 R2=RND (2)			
280 $E1UB=A+(B-A)^*R2$			
290 RETURN			
310 R=0			
320 FOR J=1 TO 12			
330 R=R+RND (1)			
340 NEXT J			
350 $P=VX^*(R-6)+EX$			
360 RETURN			

N	EUAB	EUAC	NEUA
2	1719852.63	1050891.85	668960.787
3	1618896.76	402804.659	1216092.1
3	1697590.96	783547.101	914043.857
2	1763010.93	1404102.6	358908.325
1	1740116.79	256952	-82835,207
1	1620111.29	2356624.68	-736513.421
2	1677171.84	1215461.44	461710.407
3	1782264.03	633920.535	1148343.49
2	1758770.33	764339.84	994430.489
2	1639208.38	1150954.58	488253.793
3	1782237.91	965467.42	816770.487
3	1764004.98	1172894.98	591110.004
3	1672430.43	823595.961	84883.467
2	1721816.67	1009721.88	712094.784
2	1619027.36	1438779.98	180247.38
2	1690137.45	1585516.1	104621.354
3	1607034.62	1298043.71	308990.912
3	1601476.8	895422.746	706054.053
4	1794240.39	376410.995	1417829.39
2	1627943.09	1619490.45	8452.64209

MEAN = 519320.005

مسائل فصل شانزدهم:

● ۱۶-۱- شرکتی تولید دو محصول را بررسی می‌کند. سرمایه لازم برای تولید هر محصول ۱۰۰,۰۰۰ واحد پولی است. پیش‌بینی می‌شود که درآمد خالص سالیانه برای مدت ۴ سال ۴۳,۰۰۰ واحد پولی برای محصول اول و ۵۰,۰۰۰ واحد پولی برای محصول دوم باشد. به دلیل وجود بازار قابل تسخیر، ریسک کمتری برای محصول نوع اول وجود دارد و مدیریت، تصمیم گرفته است که طرح تولید محصول دوم را با نرخ جذب کننده ۸٪ بیشتر از نرخ معمول ۱۰٪ از لحاظ ریسک ارزیابی نماید. این تصمیم چه تاثیری بر تجزیه و تحلیل اقتصادی خواهد داشت؟

● ۱۶-۲- شرکتی راههای ممکن برای توسعه محصول جدید خود را بررسی می‌کند. شرکت می‌تواند وسایل خود را افزایش دهد یا بهره‌دهی وسایل موجود را بیشتر کند. انتخاب به پیش‌بینی روند آتی بازار بستگی دارد. بهترین تخمین احتمالی تقاضای آینده ۰/۱ برای تنزل از فروشهای رایج، ۰/۳ برای ثابت ماندن و ۰/۶ برای افزایش سریع می‌باشد. اگر وسایل جدیدی خریداری گردد، باید قبل از اقدام رقبا، بتواند تقاضاهای جدید را بدست آورد. اما اگر تقاضا افزایش یا کاهش نشان دهد، شرکت از ظرفیت استفاده نشده، زیان می‌بیند. طرح محافظه کارانه، افزایش بهره‌دهی وسایل موجود از نرخ ۸۵ درصد فعلی به ۱۰۰ درصد می‌باشد. اما راهی باری کسب سطوح بیشتر تقاضای بالقوه با ظرفیت تولیدی موجود نیست. مقادیر یکنواخت سالیانه پیش‌بینی شده هر طرح با توجه به سطوح تقاضای آینده، در جدول پرداخت زیر داده شده است:

طرح	کاهش ($P = 0/1$)	ثابت ($P = 0/3$)	افزایش ($P = 0/6$)
افزودن وسایل جدید	-۱,۸۰۰,۰۰۰	-۵۰,۰۰۰	۹۰۰,۰۰۰
افزودن بهره‌دهی	-۱۰۰,۰۰۰	۱۰۰,۰۰۰	۴۰۰,۰۰۰

الف) امید ریاضی هر دو طرح را محاسبه کنید.
ب) سایر عوامل موثر بر تصمیم‌گیری کدامند؟

● ۱۶-۳- شرکتی اقتصادی‌ترین طول مدت انجام پروژه‌ای را بررسی می‌کند. اطلاعات اولیه داده شده و آنالیز مسیر بحرانی (Critical Path) مشخص کرده است که سه طرح مختلف وجود دارد. اگر پروژه ۴ ماه بطول انجامد هزینه اصلی پروژه ۸۰,۰۰۰ واحد پولی خواهد بود. اگر ۵ ماه طول بکشد ۲۰,۰۰۰ واحد پولی صرفه‌جویی خواهد داشت و اگر در کمتر از ۳ ماه تمام شود، ۴۰,۰۰۰ واحد پولی هزینه اضافی در بردارد. مخارج حمل و نقل به مبلغ ۱۰,۰۰۰ واحد پولی پیش‌بینی خواهد شد. اگر، پروژه در ۳ ماه انجام شود و مخارج اضافی حمل و نقل مبلغ ۱۵,۰۰۰ واحد پولی برای حالتی که ۵ ماه بطول انجامد، می‌باشد. نظر به اینکه پروژه در هوای نامساعد انجام خواهد شد، مخارج اضافی شرایط آب و هوایی باید در نظر گرفته شود. گزارشات اداره هواشناسی نشان دهد که احتمال بارش ملایم و بارش شدید باران و باد به ترتیب ۰/۳، ۰/۵ و ۰/۲ هستند.

هزینه‌های مربوط به این شرایط در جدول زیر داده شده است. پروژه چه مدتی بطول انجامد تا هزینه کل مورد انتظار حداقل باشد؟

شرایط آب و هوایی	ماه ۳	ماه ۴	ماه ۵
باران ملایم	۱۰,۰۰۰	۱۵,۰۰۰	۵,۰۰۰
بارش شدید	۱۰,۰۰۰	۴۰,۰۰۰	۶۰,۰۰۰
باد و باران	۱۵,۰۰۰	۵۵,۰۰۰	۶۵,۰۰۰

● ۱۶-۴- روشهای مختلفی برای اصلاح جوشهای معیوب وجود دارد. شرکتی چند روش را مطالعه می‌کند. روش ۱ دارای هزینه ۵ واحد پولی برای هر بازرسی است و در ۸۰ درصد اوقات معایب را آشکار می‌سازد. روش ۲ دارای هزینه ۲۰ واحد پولی برای

هر آزمایش می‌باشد ولی همیشه معایب جوش را مشخص می‌کند. اگر یک جوش معیوب کشف نشود، هزینه پیش‌بینی شده که شرکت متحمل خواهد شد، ۳۰۰ واحد پولی برای تعویض و سایر مخارج مربوطه می‌باشد. احتمال وجود جوش معیوب ۵٪ است. با استفاده از معیار امید ریاضی، تعیین کنید آیا روش ۱ بهتر است یا روش ۲ و یا اینکه، شرکت هیچیک از روشهای بازرسی را بکار نبرد؟

● ۱۶۵- سه طرح ناسازگار زیر را در نظر بگیرید:

الف - با معیار محتملترین شرایط آینده کدام طرح بهتر است؟

ب - با معیار امید ریاضی کدام طرح انتخاب می‌شود؟

ج - اگر سطح مورد انتظار ۱۰ درصد باشد، کدام طرح بهتر است؟ چرا؟

طرح	نرخ بازگشت سرمایه			
	۰/۵-	۰/۱	۰/۲	۰/۳
A	۰/۳	۰/۱	۰/۲	۰/۴
B	—	۰/۳	۰/۵	۰/۲
C	۰/۱۵	۰/۱۵	۰/۴	۰/۳

● ۱۶۶- جدول پرداخت زیر (برحسب هزار واحد پولی) برای سه طرح سرمایه‌گذاری با اندازه و طول یکسان را در نظر بگیرید، کدام اقتصادی‌تر است؟ چرا؟

طرح	ترقی ($P = ۰/۳$)	ثابت ($P = ۰/۵$)	تنزل ($P = ۰/۲$)
A	۱,۰۰۰	۲۰۰	-۵۰۰
B	۳۰۰	۴۰۰	—
C	۴۰۰	۶۰۰	-۳۰۰

● ۱۶-۷. شرکتی دو محصول I و II را تولید می‌کند. این شرکت صرفه‌جوئی در هزینه‌ها را تحت بررسی دارد. نرخ بازگشت کسب شده توسط سرمایه‌گذاری در پروژه به بهره‌دهی فرآیند بستگی دارد که خود به شرایط بازار و فروش دو محصول بستگی خواهد داشت. سه حالت پیش‌بینی شده است: خوب با $ROR = 20\%$ ، متوسط با $ROR = 10\%$ و بد با $ROR = -5\%$. نظر به اینکه دو محصول داریم، حداکثر نرخ بازگشت ممکن تحت شرایط خوب $20\% + 20\% = 40\%$ است. احتمال هر مورد برای دو محصول داده شده سات. امید ریاضی پروژه صرفه‌جوئی هزینه چیست؟

محصول	خوب	متوسط	بد
I	۰/۲	۰/۷	۰/۱
II	۰/۴	۰/۳	۰/۳

● ۱۶-۸. هزینه اولیه طرحی ۵۰۰,۰۰۰ واحد پولی و ارزش اسقاطی آن صفر است. $MARR = 10\%$ و عمر پروژه با احتمال ۳۰٪ برابر ۴ سال و ۴۰٪ برابر ۶ سال و به احتمال ۳۰٪ برابر ۸ سال است. درآمد سالیانه بعد از مالیات با احتمال ۲۰٪ برابر ۲۰۰,۰۰۰ واحد پولی، با احتمال ۴۰٪ برابر ۲۵۰,۰۰۰ واحد پولی و به احتمال ۴۰ درصد برابر ۲۸۰,۰۰۰ واحد پولی در سال است. آیا این طرح اقتصادی است؟

● ۱۶-۹. هزینه اولیه یک ماشین ۱۰۰,۰۰۰ واحد پولی است. انحراف استاندارد لوازم اضافی و حفاظتی ۱۰,۰۰۰ واحد پولی است. پراکندگی طبق توزیع نرمال فرض می‌شود. هزینه‌های سالیانه دیگر به ترتیب زیر است:

الف - میانگین هزینه نگهداری ۴,۰۰۰ واحد پولی و انحراف استاندارد ۷۰۰ واحد پولی، طبق توزیع نرمال

ب - تعداد خرابیها در سال، میانگین ۱۰ بار، طبق توزیع پواسون

ج - هزینه هر بار خرابی، میانگین ۹۰۰ و انحراف استاندارد ۲۰۰ طبق تابع نرمال

د - هزینه‌های مستقیم اپراتور بین ۴,۰۰۰ و ۷,۰۰۰ واحد پولی در سال، طبق تابع یکنواخت است.

اگر عمر مفید $N = 5$ و $MARR = 10\%$ فرض شوند، درآمد یکنواخت سالیانه چقدر باید باشد تا خرید این ماشین اقتصادی گردد؟

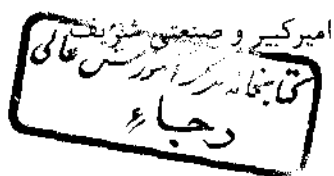
ضمیمہ یک:
جدول فاکتورها

ضمیمہ دو :
جدول نرمال

DATE DUE

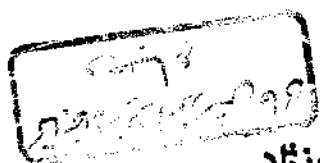
1. M. Mehdi Oskounejad, Aspects of Engineering Economy studies under inflation, Ph. D, Dissertation research, Mississippi State University, 1982
2. M. Mehdi Oskounejad, An Investigation of the effects of depreciation methods on pricing policy during inflation, Thesis Research, Mississippi State University, 1979
3. M. Wayne parker / M. Mehdi Oskounejad, An Investigation of the effects of depreciation methods on pricing policy during inflation, Proceedings 1981 spring annual conference and world productivity congresses, Detroit Michigan , AIEE, 1981
4. John A. White / Marving H. Agee/ Kenneth E. Case, Principles of Engineering Economic Analysis, John Wiley, 1984
5. Leland Blank / Anthony Tarquin, Engineering Economy, second edition, Mc Graw - Hill, 1983
6. Frederic C. Jelen / James H. Black, Cost and Optimization Engineering, Mc Graw - Hill, 1983
7. Donald G. Newnan, Engineering Economic Analysis, revised edition, Engineering Press, 1977
8. Eugene L. Grant / W. G. Ireson / R. S. Lavenworth, Principles of Engineering Economy, sixth edition, John Wilny, 1976
9. Gerald A. Fleischer, Risk and uncertainty: Non deterministic decision making in Engineering Economy, Institute of Industrial Engineering, 1975
10. Lynn E. Bussey, The Economic Analysis of Industrial of Industrial Projects, Prentice - Hall, 1978
11. James L. Riggs, Engineering Economics, Mc Graw Hill, 1982
12. Smith, G. W., Engineering Economy: Analysis of Capital Expenditures, The Iowa state Univ. Press 1983

۱۳- جزوات اقتصاد مهندسی منتشره توسط دانشکده‌های صنایع دانشگاه‌های صنعتی



ضمیمه

کتاب اقتصاد مهندسی
یا ارزیابی پروژه‌های صنعتی



تالیف: دکتر محمد مهدی اسکونژاد

ضمیمہ A :

جدول فاکتورها

TABLE A-1

0.25% COMPOUND INTEREST FACTORS

SINGLE PAYMENTS			UNIFORM SERIES PAYMENTS				
	COMPOUND AMOUNT F/P	PRESENT WORTH P/F	SINKING FUND A/F	COMPOUND AMOUNT F/A	CAPITAL RECOVERY A/P	PRESENT WORTH P/A	N
1	1.0025	0.9975	1.00017	0.9998	1.00267	0.9973	1
2	1.0050	0.9950	0.49951	2.0020	0.50201	1.9920	2
3	1.0075	0.9925	0.33259	3.0067	0.33509	2.9843	3
4	1.0100	0.9901	0.24912	4.0142	0.25162	3.9743	4
5	1.0126	0.9876	0.19905	5.0240	0.20155	4.9616	5
6	1.0151	0.9851	0.16566	6.0364	0.16816	5.9466	6
7	1.0176	0.9827	0.14181	7.0515	0.14431	6.9293	7
8	1.0202	0.9802	0.12393	8.0688	0.12643	7.9093	8
9	1.0227	0.9778	0.11032	9.0889	0.11252	8.8873	9
10	1.0253	0.9753	0.09890	10.1112	0.10140	9.8619	10
11	1.0278	0.9729	0.08979	11.1366	0.09229	10.8350	11
12	1.0304	0.9705	0.08221	12.1643	0.08471	11.8053	12
13	1.0330	0.9681	0.07579	13.1943	0.07829	12.7730	13
14	1.0356	0.9657	0.07029	14.2273	0.07279	13.7386	14
15	1.0382	0.9632	0.06552	15.2626	0.06802	14.7017	15
16	1.0408	0.9608	0.06135	16.3006	0.06385	15.6623	16
17	1.0434	0.9584	0.05767	17.3412	0.06017	16.6207	17
18	1.0460	0.9561	0.05439	18.3842	0.05689	17.5763	18
19	1.0486	0.9537	0.05147	19.4301	0.05397	18.5300	19
20	1.0512	0.9513	0.04883	20.4784	0.05133	19.4811	20
22	1.0565	0.9466	0.04428	22.5830	0.04678	21.3762	22
24	1.0617	0.9418	0.04049	24.6982	0.04299	23.2619	24
25	1.0644	0.9395	0.03882	25.7599	0.04132	24.2013	25
26	1.0671	0.9372	0.03728	26.8242	0.03978	25.1384	26
28	1.0724	0.9325	0.03453	28.9604	0.03703	27.0352	28
30	1.0778	0.9278	0.03215	31.1077	0.03465	28.8630	30
32	1.0832	0.9232	0.03006	33.2657	0.03256	30.7116	32
34	1.0886	0.9186	0.02822	35.4343	0.03072	32.5508	34
35	1.0913	0.9163	0.02738	36.5227	0.02988	33.4665	35
36	1.0940	0.9140	0.02659	37.6137	0.02909	34.3807	36
38	1.0595	0.9395	0.02512	39.8041	0.02762	36.2016	38
40	1.1050	0.9050	0.02381	42.0055	0.02631	38.0136	40
45	1.1189	0.8937	0.02103	47.5574	0.02353	42.5040	45
50	1.1329	0.8827	0.01880	53.1792	0.02130	46.9388	50
55	1.1472	0.8717	0.01699	58.8711	0.01949	51.3182	55
60	1.1616	0.8609	0.01547	64.6347	0.01797	55.6434	60
65	1.1762	0.8502	0.01419	70.4708	0.01669	59.9151	65
70	1.1910	0.8397	0.01309	76.3801	0.01559	64.1338	70
75	1.2059	0.8292	0.01214	82.3639	0.01464	68.3002	75
80	1.2211	0.8190	0.01131	88.4228	0.01381	72.4149	80
85	1.2364	0.8088	0.01058	94.5576	0.01308	76.4785	85
90	1.2519	0.7988	0.00992	100.7654	0.01242	80.4917	90
95	1.2676	0.7889	0.00934	107.0595	0.01184	84.4552	95
100	1.2836	0.7791	0.00882	113.4281	0.01132	88.3692	100

TABLE A-2

0.50% COMPOUND INTEREST FACTORS

SINGLE PAYMENTS			UNIFORM SERIES PAYMENTS				
N	COMPOUND AMOUNT F/P	PRESENT WORTH P/F	SINKING FUND A/F	COMPOUND AMOUNT F/A	CAPITAL RECOVERY A/P	PRESENT WORTH P/A	N
1	1.0050	0.9950	1.00017	0.9998	1.00517	0.9949	1
2	1.0100	0.9901	0.49885	2.0046	0.50385	1.9847	2
3	1.0151	0.9852	0.33174	3.0144	0.33674	2.9696	3
4	1.0201	0.9803	0.24818	4.0293	0.25318	3.9497	4
5	1.0252	0.9754	0.19805	5.0493	0.20305	4.9250	5
6	1.0304	0.9705	0.16463	6.0743	0.16963	5.8953	6
7	1.0355	0.9657	0.14076	7.1045	0.14576	6.8608	7
8	1.0407	0.9609	0.12285	8.1403	0.12785	7.8217	8
9	1.0459	0.9561	0.10893	9.1805	0.11393	8.7775	9
10	1.0511	0.9514	0.09779	10.2263	0.10279	9.7288	10
11	1.0564	0.9466	0.08867	11.2772	0.09367	10.6753	11
12	1.0617	0.9419	0.08108	12.3333	0.08608	11.6169	12
13	1.0670	0.9372	0.07466	13.3947	0.07966	12.5540	13
14	1.0723	0.9326	0.06915	14.4617	0.07415	13.4865	14
15	1.0777	0.9279	0.06438	15.5338	0.06938	14.4143	15
16	1.0831	0.9233	0.06020	16.6113	0.06520	15.3374	16
17	1.0885	0.9187	0.05652	17.6941	0.06152	16.2559	17
18	1.0939	0.9142	0.05324	18.7824	0.05824	17.1703	18
19	1.0994	0.9096	0.05031	19.8761	0.05531	18.0794	19
20	1.1049	0.9051	0.04768	20.9753	0.05268	18.9843	20
22	1.1160	0.8961	0.04312	23.1903	0.04812	20.7837	22
24	1.1271	0.8872	0.03933	25.4274	0.04433	22.5593	24
25	1.1328	0.8828	0.03766	26.5543	0.04266	23.4419	25
26	1.1384	0.8784	0.03612	27.6869	0.04112	24.3201	26
28	1.1498	0.8697	0.03337	29.9690	0.03837	26.0635	28
30	1.1614	0.8611	0.03098	32.2741	0.03598	27.7896	30
32	1.1730	0.8525	0.02890	34.6022	0.03390	29.4986	32
34	1.1848	0.8440	0.02706	36.9537	0.03206	31.1907	34
35	1.1907	0.8398	0.02622	38.1384	0.03122	32.0305	35
36	1.1966	0.8357	0.02543	39.3288	0.03043	32.8659	36
38	1.2086	0.8274	0.02396	41.7276	0.02896	34.5245	38
40	1.2208	0.8192	0.02265	44.1535	0.02765	36.1667	40
45	1.2516	0.7990	0.01987	50.3147	0.02487	40.2012	45
50	1.2832	0.7793	0.01766	56.6344	0.02266	44.1362	50
55	1.3156	0.7601	0.01584	63.1136	0.02084	47.9744	55
60	1.3488	0.7414	0.01434	69.7565	0.01934	51.7182	60
65	1.3828	0.7232	0.01306	76.5669	0.01806	55.3696	65
70	1.4177	0.7053	0.01197	83.5495	0.01697	58.9312	70
75	1.4535	0.6880	0.01102	90.7082	0.01602	62.4050	75
80	1.4902	0.6710	0.01020	98.0477	0.01520	65.7933	80
85	1.5279	0.6545	0.00947	105.5726	0.01447	69.0982	85
90	1.5664	0.6384	0.00883	113.2874	0.01383	72.3217	90
95	1.6060	0.6227	0.00825	121.1970	0.01325	75.4659	95
100	1.6465	0.6073	0.00773	129.3061	0.01273	78.5325	100

TABLE A-3

0.75% COMPOUND INTEREST FACTORS

SINGLE PAYMENTS			UNIFORM SERIES PAYMENTS				N
N	COMPOUND AMOUNT F/P	PRESENT WORTH P/F	SINKING FUND A/F	COMPOUND AMOUNT F/A	CAPITAL RECOVERY A/P	PRESENT WORTH P/A	
1	1.0075	0.9926	1.00004	1.0000	1.00754	0.9925	1
2	1.0151	0.9852	0.49818	2.0073	0.50568	1.9775	2
3	1.0227	0.9778	0.33086	3.0224	0.33036	2.9554	3
4	1.0303	0.9706	0.24722	4.0450	0.25472	3.9259	4
5	1.0381	0.9633	0.19703	5.0753	0.20453	4.8892	5
6	1.0458	0.9562	0.16358	6.1133	0.17108	5.8453	6
7	1.0537	0.9490	0.13968	7.1592	0.14718	6.7944	7
8	1.0616	0.9420	0.12176	8.2128	0.12926	7.7363	8
9	1.0696	0.9350	0.10782	9.2743	0.11532	8.6712	9
10	1.0776	0.9280	0.09668	10.3438	0.10418	9.5991	10
11	1.0857	0.9211	0.08756	11.4213	0.09506	10.5202	11
12	1.0938	0.9142	0.07996	12.5070	0.08746	11.4344	12
13	1.1020	0.9074	0.07353	13.6008	0.08103	12.3419	13
14	1.1103	0.9007	0.06801	14.7027	0.07551	13.2425	14
15	1.1186	0.8940	0.06324	15.8130	0.07074	14.1364	15
16	1.1270	0.8873	0.05906	16.9315	0.06656	15.0237	16
17	1.1354	0.8807	0.05538	18.0584	0.06288	15.9044	17
18	1.1440	0.8742	0.05210	19.1938	0.05960	16.7785	18
19	1.1525	0.8677	0.04917	20.3377	0.05667	17.6481	19
20	1.1612	0.8612	0.04653	21.4902	0.05403	18.5073	20
22	1.1787	0.8484	0.04198	23.8211	0.04548	20.2104	22
24	1.1964	0.8358	0.03819	26.1873	0.04569	21.8883	24
25	1.2054	0.8296	0.03652	27.3836	0.04402	22.7178	25
26	1.2144	0.8234	0.03498	28.5890	0.04248	23.5413	26
28	1.2327	0.8112	0.03223	31.0267	0.03973	25.1697	28
30	1.2513	0.7992	0.02985	33.5013	0.03735	26.7741	30
32	1.2701	0.7873	0.02777	36.0132	0.03527	28.3546	32
34	1.2892	0.7757	0.02593	38.5628	0.03343	29.9117	34
35	1.2989	0.7699	0.02509	39.8519	0.03259	30.6815	35
36	1.3086	0.7642	0.02430	41.1508	0.03180	31.4457	36
38	1.3283	0.7528	0.02284	43.7777	0.03034	32.9569	38
40	1.3483	0.7417	0.02153	46.4442	0.02903	34.4457	40
45	1.3997	0.7145	0.01877	53.2875	0.02627	38.0719	45
50	1.4529	0.6883	0.01656	60.3913	0.02406	41.5650	50
55	1.5082	0.6630	0.01476	67.7655	0.02226	44.9301	55
60	1.5657	0.6387	0.01326	75.4203	0.02076	48.1718	60
65	1.6252	0.6153	0.01200	83.3666	0.01950	51.2946	65
70	1.6871	0.5927	0.01092	91.6153	0.01842	54.3030	70
75	1.7513	0.5710	0.00998	100.1779	0.01748	57.2009	75
80	1.8180	0.5501	0.00917	109.0667	0.01667	59.9927	80
85	1.8872	0.5299	0.00845	118.2937	0.01595	62.6821	85
90	1.9590	0.5105	0.00782	127.8719	0.01532	65.2728	90
95	2.0336	0.4917	0.00726	137.8147	0.01476	67.7685	95
100	2.1110	0.4737	0.00675	148.1360	0.01425	70.1727	100

TABLE A-4

1.00% COMPOUND INTEREST FACTORS

SINGLE PAYMENTS			UNIFORM SERIES PAYMENTS				
	COMPOUND AMOUNT	PRESENT WORTH	SINKING FUND	COMPOUND AMOUNT	CAPITAL RECOVERY	PRESENT WORTH	
N	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	N
1	1.0100	0.9901	1.00007	0.9999	1.01007	0.9900	1
2	1.0201	0.9803	0.49757	2.0098	0.50757	1.9702	2
3	1.0303	0.9706	0.33005	3.0298	0.34005	2.9407	3
4	1.0406	0.9610	0.24630	4.0601	0.25630	3.9017	4
5	1.0510	0.9515	0.19636	5.1005	0.20636	4.8530	5
6	1.0615	0.9420	0.16256	6.1515	0.17256	5.7950	6
7	1.0721	0.9327	0.13864	7.2129	0.14864	6.7277	7
8	1.0829	0.9235	0.12070	8.2951	0.13070	7.6512	8
9	1.0937	0.9143	0.10675	9.3678	0.11675	8.5654	9
10	1.1046	0.9053	0.09559	10.4613	0.10559	9.4706	10
11	1.1157	0.8963	0.08646	11.5659	0.09646	10.3669	11
12	1.1268	0.8875	0.07886	12.6815	0.08886	11.2543	12
13	1.1381	0.8787	0.07242	13.8083	0.08242	12.1329	13
14	1.1495	0.8700	0.06691	14.9462	0.07691	13.0028	14
15	1.1610	0.8614	0.06213	16.0956	0.07213	13.8641	15
16	1.1726	0.8528	0.05795	17.2565	0.06795	14.7169	16
17	1.1843	0.8444	0.05426	18.4290	0.06426	15.5612	17
18	1.1961	0.8360	0.05099	19.6132	0.06099	16.3972	18
19	1.2081	0.8278	0.04806	20.8092	0.05806	17.2248	19
20	1.2202	0.8196	0.04542	22.0172	0.05542	18.0443	20
22	1.2447	0.8034	0.04087	24.4696	0.05087	19.6591	22
24	1.2697	0.7876	0.03708	26.9713	0.04708	21.2420	24
25	1.2824	0.7798	0.03541	28.2409	0.04541	22.0217	25
26	1.2952	0.7721	0.03387	29.5232	0.04387	22.7937	26
28	1.3213	0.7569	0.03113	32.1264	0.04113	24.3149	28
30	1.3478	0.7419	0.02875	34.7820	0.03875	25.8361	30
32	1.3749	0.7273	0.02667	37.4909	0.03667	27.2679	32
34	1.4025	0.7130	0.02484	40.2542	0.03484	28.7009	34
35	1.4166	0.7059	0.02401	41.6567	0.03401	29.4068	35
36	1.4307	0.6989	0.02322	43.0732	0.03322	30.1057	36
38	1.4595	0.6852	0.02176	45.9487	0.03176	31.4828	38
40	1.4888	0.6717	0.02046	48.8820	0.03046	32.8327	40
45	1.5648	0.6391	0.01771	56.4761	0.02771	36.0925	45
50	1.6446	0.6081	0.01551	64.4573	0.02551	39.1939	50
55	1.7285	0.5786	0.01373	72.8456	0.02373	42.1449	55
60	1.8166	0.5505	0.01225	81.6619	0.02225	44.9527	60
65	1.9093	0.5238	0.01100	90.9277	0.02100	47.6242	65
70	2.0067	0.4983	0.00993	100.6663	0.01993	50.1660	70
75	2.1090	0.4742	0.00902	110.9015	0.01902	52.5845	75
80	2.2166	0.4511	0.00822	121.6588	0.01822	54.8856	80
85	2.3296	0.4292	0.00752	132.9648	0.01752	57.0751	85
90	2.4485	0.4084	0.00690	144.8475	0.01690	59.1583	90
95	2.5734	0.3886	0.00636	157.3362	0.01636	61.1404	95
100	2.7046	0.3697	0.00587	170.4620	0.01587	63.0263	100

TABLE A-5

1.50% COMPOUND INTEREST FACTORS

SINGLE PAYMENTS			UNIFORM SERIES PAYMENTS				
	COMPOUND AMOUNT	PRESENT WORTH	SINKING FUND	COMPOUND AMOUNT	CAPITAL RECOVERY	PRESENT WORTH	
N	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	N
1	1.0150	0.9852	1.0000	1.0000	1.0150	0.9852	1
2	1.0302	0.9707	0.49631	2.0149	0.51131	1.9558	2
3	1.0457	0.9563	0.32840	3.0451	0.34340	2.9121	3
4	1.0614	0.9422	0.24446	4.0907	0.25946	3.8542	4
5	1.0773	0.9283	0.19410	5.1520	0.20910	4.7824	5
6	1.0934	0.9145	0.16353	6.2293	0.17553	5.6970	6
7	1.1098	0.9010	0.13656	7.3226	0.15156	6.5979	7
8	1.1265	0.8877	0.11859	8.4325	0.13359	7.4856	8
9	1.1434	0.8746	0.10461	9.5589	0.11561	8.3602	9
10	1.1605	0.8617	0.09344	10.7022	0.10844	9.2218	10
11	1.1779	0.8489	0.08430	11.8627	0.09930	10.0737	11
12	1.1956	0.8364	0.07668	13.0406	0.09168	10.9071	12
13	1.2135	0.8240	0.07024	14.2362	0.08524	11.7311	13
14	1.2317	0.8119	0.06473	15.4497	0.07973	12.5429	14
15	1.2502	0.7999	0.05995	16.6814	0.07495	13.3428	15
16	1.2690	0.7880	0.05577	17.9315	0.07077	14.1337	16
17	1.2880	0.7764	0.05208	19.2005	0.06708	14.9071	17
18	1.3073	0.7649	0.04881	20.4884	0.06381	15.6720	18
19	1.3269	0.7536	0.04588	21.7957	0.06088	16.4256	19
20	1.3468	0.7425	0.04325	23.1225	0.05825	17.1680	20
22	1.3875	0.7207	0.03871	25.8363	0.05371	18.6202	22
24	1.4295	0.6996	0.03493	28.6321	0.04932	20.0297	24
25	1.4509	0.6892	0.03327	30.0615	0.04827	20.7189	25
26	1.4727	0.6790	0.03173	31.5124	0.04673	21.3979	26
28	1.5172	0.6591	0.02900	34.4757	0.04400	22.7260	28
30	1.5631	0.6398	0.02664	37.5368	0.04164	24.0151	30
32	1.6103	0.6210	0.02458	40.6862	0.03958	25.2663	32
34	1.6590	0.6028	0.02276	43.9308	0.03776	26.4809	34
35	1.6838	0.5939	0.02193	45.5857	0.03693	27.0748	35
36	1.7091	0.5851	0.02115	47.2735	0.03615	27.6598	36
38	1.7608	0.5679	0.01972	50.7172	0.03472	28.8042	38
40	1.8140	0.5513	0.01843	54.2653	0.03343	29.9150	40
45	1.9542	0.5117	0.01572	63.6107	0.03072	32.5514	45
50	2.1052	0.4750	0.01357	73.6786	0.02857	34.9987	50
55	2.2679	0.4409	0.01183	84.5246	0.02683	37.2705	55
60	2.4431	0.4093	0.01039	96.2088	0.02539	39.3753	60
65	2.6319	0.3799	0.00919	108.7960	0.02419	41.3368	65
70	2.8353	0.3527	0.00817	122.3559	0.02317	43.1539	70
75	3.0545	0.3274	0.00730	136.9637	0.02230	44.8406	75
80	3.2965	0.3039	0.00655	152.7234	0.02155	46.4064	80
85	3.5448	0.2821	0.00589	169.6533	0.02089	47.8598	85
90	3.8187	0.2619	0.00532	187.9163	0.02032	49.2089	90
95	4.1139	0.2431	0.00482	207.5936	0.01982	50.4613	95
100	4.4318	0.2256	0.00437	228.7855	0.01937	51.6239	100

TABLE A-6

2.00% COMPOUND INTEREST FACTORS

SINGLE PAYMENTS			UNIFORM SERIES PAYMENTS				
	COMPOUND AMOUNT F/P	PRESENT WORTH P/F	SINKING FUND A/F	COMPOUND AMOUNT F/A	CAPITAL RECOVERY A/P	PRESENT WORTH P/A	N
1	1.0200	0.9804	1.00002	1.0000	1.02002	0.9804	1
2	1.0404	0.9612	0.49507	2.0199	0.51507	1.9415	2
3	1.0612	0.9423	0.32677	3.0603	0.34677	2.8838	3
4	1.0824	0.9238	0.24263	4.1215	0.26263	3.8076	4
5	1.1041	0.9057	0.19216	5.2039	0.21216	4.7133	5
6	1.1262	0.8880	0.15853	6.3079	0.17853	5.6013	6
7	1.1487	0.8706	0.13452	7.4341	0.15452	6.4718	7
8	1.1717	0.8535	0.11651	8.5827	0.13651	7.3253	8
9	1.1951	0.8368	0.10252	9.7543	0.12252	8.1620	9
10	1.2190	0.8204	0.09133	10.9494	0.11133	8.9824	10
11	1.2434	0.8043	0.08218	12.1684	0.10218	9.7866	11
12	1.2682	0.7885	0.07456	13.4117	0.09456	10.5751	12
13	1.2936	0.7730	0.06812	14.6799	0.08812	11.3481	13
14	1.3195	0.7579	0.06260	15.9735	0.08260	12.1060	14
15	1.3459	0.7430	0.05783	17.2929	0.07783	12.8490	15
16	1.3728	0.7285	0.05365	18.6387	0.07365	13.5774	16
17	1.4002	0.7142	0.04997	20.0115	0.06997	14.2916	17
18	1.4282	0.7002	0.04670	21.4117	0.06670	14.9917	18
19	1.4568	0.6864	0.04378	22.8399	0.06378	15.6782	19
20	1.4859	0.6730	0.04116	24.2966	0.06116	16.3511	20
22	1.5460	0.6468	0.03663	27.2981	0.05663	17.6577	22
24	1.6084	0.6217	0.03287	30.4209	0.05287	18.9136	24
25	1.6406	0.6095	0.03122	32.0293	0.05122	19.5231	25
26	1.6734	0.5976	0.02970	33.6698	0.04970	20.1207	26
28	1.7410	0.5744	0.02699	37.0500	0.04699	21.2809	28
30	1.8113	0.5521	0.02465	40.5668	0.04465	22.3961	30
32	1.8845	0.5306	0.02261	44.2256	0.04261	23.4679	32
34	1.9606	0.5100	0.02082	48.0322	0.04082	24.4982	34
35	1.9999	0.5000	0.02000	49.9928	0.04000	24.9982	35
36	2.0399	0.4902	0.01923	51.9926	0.03923	25.4884	36
38	2.1223	0.4712	0.01782	56.1130	0.03782	26.4402	38
40	2.2080	0.4529	0.01656	60.3999	0.03656	27.3551	40
45	2.4378	0.4102	0.01391	71.8901	0.03391	29.4897	45
50	2.6915	0.3715	0.01182	84.5762	0.03182	31.4232	50
55	2.9717	0.3365	0.01014	98.5827	0.03014	33.1744	55
60	3.2809	0.3048	0.00877	114.0468	0.02877	34.7605	60
65	3.6224	0.2761	0.00763	131.1205	0.02763	36.1971	65
70	3.9994	0.2500	0.00667	149.9712	0.02667	37.4982	70
75	4.4157	0.2265	0.00586	170.7839	0.02586	38.6767	75
80	4.8752	0.2051	0.00516	193.7626	0.02516	39.7442	80
85	5.3827	0.1858	0.00456	219.1331	0.02456	40.7109	85
90	5.9429	0.1683	0.00405	247.1440	0.02405	41.5866	90
95	6.5614	0.1524	0.00360	278.0698	0.02360	42.3797	95
100	7.2443	0.1380	0.00320	312.2148	0.02320	43.0981	100

TABLE A-7

3.00% COMPOUND INTEREST FACTORS

SINGLE PAYMENTS			UNIFORM SERIES PAYMENTS				
	COMPOUND AMOUNT	PRESENT WORTH	SINKING FUND	COMPCOND AMOUNT	CAPITAL RECOVERY	PRESENT WORTH	
N	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	N
1	1.0300	0.9709	1.00001	1.0000	1.03001	0.9709	1
2	1.0609	0.9426	0.49262	2.0300	0.52262	1.9134	2
3	1.0927	0.9151	0.32353	3.0909	0.35353	2.8286	3
4	1.1255	0.8885	0.23903	4.1836	0.26903	3.7171	4
5	1.1593	0.8626	0.18836	5.3091	0.21836	4.5797	5
6	1.1940	0.8375	0.15460	6.4683	0.18460	5.4171	6
7	1.2299	0.8131	0.13051	7.6624	0.16051	6.2302	7
8	1.2668	0.7894	0.11246	8.8922	0.14246	7.0196	8
9	1.3048	0.7664	0.09843	10.1590	0.12843	7.7860	9
10	1.3439	0.7441	0.08723	11.4637	0.11723	8.5301	10
11	1.3842	0.7224	0.07808	12.8077	0.10808	9.2526	11
12	1.4258	0.7014	0.07046	14.1919	0.10046	9.9539	12
13	1.4685	0.6810	0.06403	15.6176	0.09403	10.6349	13
14	1.5126	0.6611	0.05853	17.0861	0.08853	11.2960	14
15	1.5580	0.6419	0.05377	18.5987	0.08377	11.9378	15
16	1.6047	0.6232	0.04961	20.1566	0.07961	12.5610	16
17	1.6528	0.6050	0.04595	21.7613	0.07595	13.1660	17
18	1.7024	0.5874	0.04271	23.4142	0.07271	13.7534	18
19	1.7535	0.5703	0.03981	25.1166	0.06981	14.3237	19
20	1.8061	0.5537	0.03722	26.8701	0.06722	14.8774	20
22	1.9161	0.5219	0.03275	30.5364	0.06275	15.9368	22
24	2.0328	0.4919	0.02905	34.4260	0.05905	16.9354	24
25	2.0938	0.4776	0.02743	36.4588	0.05743	17.4131	25
26	2.1566	0.4637	0.02594	38.5526	0.05594	17.8768	26
28	2.2879	0.4371	0.02329	42.9304	0.05329	18.7640	28
30	2.4272	0.4120	0.02102	47.5748	0.05102	19.6004	30
32	2.5751	0.3883	0.01935	52.5020	0.04905	20.3887	32
34	2.7319	0.3660	0.01732	57.7294	0.04732	21.1317	34
35	2.8138	0.3554	0.01654	60.4612	0.04654	21.4871	35
36	2.8983	0.3450	0.01580	63.2751	0.04580	21.8322	36
38	3.0748	0.3252	0.01446	69.1584	0.04446	22.4924	38
40	3.2620	0.3066	0.01326	75.4002	0.04326	23.1147	40
45	3.7816	0.2644	0.01079	92.7184	0.04079	24.5186	45
50	4.3838	0.2281	0.00887	112.7951	0.03887	25.7297	50
55	5.0821	0.1968	0.00735	136.3693	0.03735	26.7743	55
60	5.8915	0.1697	0.00613	163.0505	0.03613	27.6755	60
65	6.8299	0.1464	0.00515	194.3290	0.03515	28.4526	65
70	7.9177	0.1263	0.00434	230.3695	0.03434	29.1234	70
75	9.1787	0.1089	0.00367	272.6250	0.03367	29.7018	75
80	10.6407	0.0940	0.00311	321.3557	0.03311	30.2007	80
85	12.3354	0.0811	0.00265	377.8479	0.03265	30.6311	85
90	14.3001	0.0699	0.00226	443.3379	0.03226	31.0024	90
95	16.5777	0.0603	0.00193	519.2583	0.03193	31.3226	95
100	19.2181	0.0520	0.00165	607.2710	0.03165	31.5989	100

TABLE A-8

4.00% COMPOUND INTEREST FACTORS

SINGLE PAYMENTS			UNIFORM SERIES PAYMENTS				
N	COMPOUND AMOUNT F/P	PRESENT WORTH P/F	SINKING FUND A/F	COMPOUND AMOUNT F/A	CAPITAL RECOVERY A/P	PRESENT WORTH P/A	N
1	1.0400	0.9615	1.00000	1.000	1.04000	0.9615	1
2	1.0816	0.9246	0.49020	2.040	0.53020	1.8861	2
3	1.1249	0.8890	0.32035	3.122	0.36635	2.7751	3
4	1.1699	0.8548	0.23549	4.246	0.27549	3.6299	4
5	1.2167	0.8219	0.18463	5.416	0.22463	4.4518	5
6	1.2653	0.7903	0.15076	6.633	0.19076	5.2421	6
7	1.3159	0.7599	0.12661	7.898	0.16661	6.0021	7
8	1.3686	0.7307	0.10853	9.214	0.14853	6.7327	8
9	1.4233	0.7026	0.09449	10.583	0.13449	7.4353	9
10	1.4802	0.6756	0.08329	12.006	0.12329	8.1109	10
11	1.5395	0.6496	0.07415	13.486	0.11415	8.7605	11
12	1.6010	0.6246	0.06655	15.026	0.10655	9.3851	12
13	1.6651	0.6006	0.06014	16.627	0.10014	9.9857	13
14	1.7317	0.5775	0.05467	18.292	0.09467	10.5631	14
15	1.8009	0.5553	0.04994	20.024	0.08994	11.1184	15
16	1.8730	0.5339	0.04582	21.825	0.08582	11.6523	16
17	1.9479	0.5134	0.04220	23.697	0.08220	12.1657	17
18	2.0258	0.4936	0.03899	25.645	0.07899	12.6593	18
19	2.1068	0.4746	0.03614	27.671	0.07614	13.1339	19
20	2.1911	0.4564	0.03358	29.778	0.07358	13.5903	20
22	2.3699	0.4220	0.02920	34.248	0.06920	14.4511	22
24	2.5633	0.3901	0.02559	39.083	0.06559	15.2470	24
25	2.6658	0.3751	0.02401	41.646	0.06401	15.6221	25
26	2.7725	0.3607	0.02257	44.312	0.06257	15.9828	26
28	2.9587	0.3335	0.02001	49.968	0.06001	16.6631	28
30	3.2434	0.3083	0.01783	56.685	0.05783	17.2920	30
32	3.5081	0.2851	0.01595	62.701	0.05595	17.8735	32
34	3.7943	0.2636	0.01431	69.858	0.05431	18.4112	34
35	3.9461	0.2534	0.01358	73.652	0.05358	18.6646	35
36	4.1039	0.2437	0.01289	77.598	0.05289	18.9083	36
38	4.4388	0.2253	0.01163	85.970	0.05163	19.3679	38
40	4.8010	0.2083	0.01052	95.025	0.05052	19.7928	40
45	5.8412	0.1712	0.00826	121.029	0.04826	20.7200	45
50	7.1067	0.1407	0.00655	152.667	0.04655	21.4822	50
55	8.6463	0.1157	0.00523	191.159	0.04523	22.1086	55
60	10.5196	0.0951	0.00423	237.990	0.04420	22.6235	60
65	12.7987	0.0781	0.00339	294.568	0.04339	23.0467	65
70	15.5716	0.0642	0.00275	366.290	0.04275	23.3945	70
75	18.9452	0.0528	0.00223	446.630	0.04223	23.6804	75
80	23.0497	0.0434	0.00181	551.243	0.04181	23.9154	80
85	28.0435	0.0357	0.00148	676.088	0.04148	24.1085	85
90	34.1192	0.0293	0.00121	827.981	0.04121	24.2673	90
95	41.5112	0.0241	0.00099	1012.781	0.04099	24.3978	95
100	50.5048	0.0198	0.00081	1237.620	0.04081	24.5050	100

TABLE A-9

5.00% COMPOUND INTEREST FACTORS

SINGLE PAYMENTS			UNIFORM SERIES PAYMENTS				
	COMPOUND	PRESENT	SINKING	COMPOUND	CAPITAL	PRESENT	
N	AMOUNT	WORTH	FUND	AMOUNT	RECOVERY	WORTH	N
	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	
1	1.0500	0.9524	1.00001	1.000	1.05001	0.9524	1
2	1.1025	0.9070	0.48781	2.050	0.53781	1.8594	2
3	1.1576	0.8638	0.31721	3.152	0.36721	2.7232	3
4	1.2155	0.8227	0.23202	4.310	0.28202	3.5459	4
5	1.2763	0.7835	0.18098	5.526	0.23098	4.3294	5
6	1.3431	0.7462	0.14702	6.802	0.19702	5.0756	6
7	1.4071	0.7107	0.12282	8.142	0.17282	5.7863	7
8	1.4774	0.6768	0.10472	9.549	0.15472	6.4631	8
9	1.5513	0.6446	0.09069	11.026	0.14069	7.1077	9
10	1.6289	0.6139	0.07951	12.578	0.12951	7.7216	10
11	1.7103	0.5847	0.07039	14.207	0.12039	8.3063	11
12	1.7958	0.5568	0.06283	15.917	0.11283	8.8632	12
13	1.8856	0.5303	0.05646	17.713	0.10646	9.3935	13
14	1.9799	0.5051	0.05103	19.598	0.10102	9.8985	14
15	2.0789	0.4810	0.04634	21.578	0.09634	10.3796	15
16	2.1828	0.4581	0.04227	23.657	0.09227	10.8377	16
17	2.2920	0.4363	0.03870	25.840	0.08870	11.2740	17
18	2.4066	0.4155	0.03555	28.132	0.08555	11.6895	18
19	2.5269	0.3957	0.03275	30.538	0.08275	12.0852	19
20	2.6533	0.3769	0.03024	33.065	0.08024	12.4621	20
22	2.9252	0.3419	0.02597	38.504	0.07597	13.1629	22
24	3.2250	0.3101	0.02247	44.501	0.07247	13.7985	24
25	3.3863	0.2953	0.02095	47.726	0.07095	14.0938	25
26	3.5556	0.2812	0.01956	51.112	0.06956	14.3751	26
28	3.9200	0.2551	0.01712	58.401	0.06712	14.8980	28
30	4.3218	0.2314	0.01505	66.437	0.06505	15.3724	30
32	4.7648	0.2099	0.01328	75.297	0.06328	15.8026	32
34	5.2532	0.1904	0.01176	85.064	0.06176	16.1928	34
35	5.5159	0.1813	0.01107	90.318	0.06107	16.3741	35
36	5.7917	0.1727	0.01043	95.833	0.06043	16.5468	36
38	6.3853	0.1566	0.00928	107.706	0.05928	16.8678	38
40	7.0398	0.1420	0.00828	120.796	0.05828	17.1590	40
45	8.9847	0.1113	0.00626	159.694	0.05626	17.7740	45
50	11.4670	0.0872	0.00478	209.340	0.05478	18.2559	50
55	14.6350	0.0683	0.00367	272.701	0.05367	18.6334	55
60	18.6784	0.0535	0.00283	353.567	0.05283	18.9292	60
65	23.8398	0.0419	0.00219	456.775	0.05219	19.1610	65
70	30.4249	0.0329	0.00170	586.497	0.05170	19.3427	70
75	38.8306	0.0258	0.00132	756.611	0.05132	19.4849	75
80	49.5585	0.0202	0.00103	971.171	0.05103	19.5964	80
85	63.2504	0.0158	0.00080	1245.009	0.05080	19.6838	85
90	80.7251	0.0124	0.00063	1594.502	0.05063	19.7522	90
95	103.028	0.0097	0.00049	2040.552	0.05049	19.8059	95
100	131.492	0.0076	0.00038	2609.835	0.05038	19.8479	100

TABLE A-10

6.00% COMPOUND INTEREST FACTORS

SINGLE PAYMENTS			UNIFORM SERIES PAYMENTS				
	COMPOUND AMOUNT F/P	PRESENT WORTH P/F	SINKING FUND A/F	COMPOUND AMOUNT F/A	CAPITAL RECOVERY A/P	PRESENT WORTH P/A	N
1	1.0600	0.9434	1.00001	1.000	1.06001	0.9434	1
2	1.1236	0.8900	0.48544	2.060	0.54544	1.8334	2
3	1.1910	0.8396	0.31411	3.184	0.37411	2.6730	3
4	1.2625	0.7921	0.22859	4.375	0.28859	3.4651	4
5	1.3382	0.7473	0.17740	5.637	0.23740	4.2123	5
6	1.4185	0.7050	0.14336	6.975	0.20336	4.9173	6
7	1.5036	0.6651	0.11914	8.394	0.17914	5.5823	7
8	1.5938	0.6274	0.10104	9.897	0.16104	6.2098	8
9	1.6895	0.5919	0.08702	11.491	0.14702	6.8017	9
10	1.7908	0.5584	0.07587	13.181	0.13587	7.3600	10
11	1.8983	0.5268	0.06679	14.971	0.12679	7.8868	11
12	2.0122	0.4970	0.05928	16.870	0.11928	8.3838	12
13	2.1329	0.4688	0.05296	18.882	0.11296	8.8526	13
14	2.2609	0.4423	0.04759	21.015	0.10759	9.2949	14
15	2.3965	0.4173	0.04296	23.276	0.10256	9.7122	15
16	2.5403	0.3936	0.03895	25.672	0.09895	10.1058	16
17	2.6927	0.3714	0.03545	28.212	0.09545	10.4772	17
18	2.8543	0.3503	0.03236	30.905	0.09236	10.8276	18
19	3.0256	0.3305	0.02962	33.759	0.08962	11.1581	19
20	3.2071	0.3118	0.02718	36.785	0.08718	11.4699	20
22	3.6035	0.2775	0.02305	43.392	0.08305	12.0415	22
24	4.0489	0.2470	0.01968	50.815	0.07968	12.5503	24
25	4.2918	0.2330	0.01823	54.864	0.07823	12.7833	25
26	4.5493	0.2198	0.01690	59.155	0.07690	13.0031	26
28	5.1116	0.1856	0.01455	68.527	0.07459	13.4061	28
30	5.7434	0.1741	0.01265	75.057	0.07265	13.7648	30
32	6.4533	0.1550	0.01100	90.888	0.07100	14.0840	32
34	7.2509	0.1379	0.00960	104.182	0.06960	14.3681	34
35	7.6860	0.1301	0.00897	111.433	0.06897	14.4982	35
36	8.1471	0.1227	0.00840	119.118	0.06839	14.6210	36
38	9.1541	0.1092	0.00736	135.501	0.06736	14.8460	38
40	10.2855	0.0972	0.00646	154.759	0.06646	15.0463	40
45	13.7643	0.0727	0.00470	212.738	0.06470	15.4558	45
50	18.4197	0.0543	0.00344	290.328	0.06344	15.7619	50
55	24.6456	0.0406	0.00254	394.160	0.06254	15.9905	55
60	32.9867	0.0303	0.00188	533.111	0.06188	16.1614	60
65	44.1435	0.0227	0.00139	719.059	0.06139	16.2891	65
70	59.0738	0.0169	0.00103	967.897	0.06103	16.3845	70
75	79.0539	0.0126	0.00077	1300.899	0.06077	16.4558	75
80	105.792	0.0095	0.00057	1746.529	0.06057	16.5091	80
85	141.573	0.0071	0.00043	2342.881	0.06043	16.5489	85
90	189.456	0.0053	0.00032	3140.934	0.06032	16.5787	90
95	253.534	0.0039	0.00024	4208.902	0.06024	16.6009	95
100	339.285	0.0029	0.00018	5638.082	0.06018	16.6175	100

TABLE A-11

7.00% COMPOUND INTEREST FACTORS

SINGLE PAYMENTS			UNIFORM SERIES PAYMENTS				
	COMPOUND AMOUNT	PRESENT WORTH	SINKING FUND	COMPOUND AMOUNT	CAPITAL RECOVERY	PRESENT WORTH	
N	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	N
1	1.0700	0.9346	1.00000	1.000	1.07000	0.9346	1
2	1.1449	0.8734	0.48310	2.070	0.55310	1.8080	2
3	1.2250	0.8163	0.31105	3.215	0.38105	2.6243	3
4	1.3108	0.7629	0.22523	4.440	0.29523	3.3872	4
5	1.4025	0.7130	0.17389	5.751	0.24389	4.1002	5
6	1.5007	0.6663	0.13980	7.153	0.20580	4.7665	6
7	1.6058	0.6228	0.11555	8.654	0.18555	5.3893	7
8	1.7182	0.5820	0.09747	10.260	0.16747	5.9713	8
9	1.8385	0.5439	0.08349	11.978	0.15349	6.5152	9
10	1.9671	0.5084	0.07238	13.815	0.14238	7.0236	10
11	2.1048	0.4751	0.06336	15.784	0.13336	7.4987	11
12	2.2522	0.4440	0.05590	17.888	0.12590	7.9427	12
13	2.4098	0.4150	0.04965	20.141	0.11965	8.3576	13
14	2.5785	0.3878	0.04435	22.550	0.11435	8.7454	14
15	2.7590	0.3624	0.03979	25.129	0.10979	9.1079	15
16	2.9521	0.3387	0.03586	27.888	0.10586	9.4466	16
17	3.1588	0.3166	0.03243	30.840	0.10243	9.7632	17
18	3.3799	0.2959	0.02941	33.999	0.09941	10.0591	18
19	3.6165	0.2765	0.02675	37.379	0.09675	10.3356	19
20	3.8697	0.2584	0.02439	40.993	0.09439	10.5940	20
22	4.4304	0.2257	0.02041	49.005	0.09041	11.0612	22
24	5.0723	0.1971	0.01719	58.176	0.08719	11.4693	24
25	5.4274	0.1843	0.01581	63.248	0.08581	11.6536	25
26	5.8073	0.1722	0.01456	68.676	0.08456	11.8258	26
28	6.6488	0.1504	0.01239	80.657	0.08239	12.1371	28
30	7.6122	0.1314	0.01059	94.460	0.08059	12.4090	30
32	8.7152	0.1147	0.00907	110.217	0.07907	12.6465	32
34	9.9780	0.1002	0.00780	128.257	0.07780	12.8540	34
35	10.6765	0.0937	0.00723	138.235	0.07723	12.9477	35
36	11.4238	0.0875	0.00672	148.912	0.07672	13.0352	36
38	13.0791	0.0765	0.00580	172.559	0.07580	13.1935	38
40	14.9743	0.0668	0.00501	199.633	0.07501	13.3317	40
45	21.0022	0.0476	0.00350	285.745	0.07350	13.6055	45
50	29.4566	0.0339	0.00246	406.523	0.07246	13.8008	50
55	41.3143	0.0242	0.00174	575.919	0.07174	13.9399	55
60	57.9454	0.0173	0.00123	813.506	0.07123	14.0392	60
65	81.2713	0.0123	0.00087	1146.734	0.07087	14.1099	65
70	113.987	0.0088	0.00062	1614.102	0.07062	14.1604	70
75	159.873	0.0063	0.00044	2269.609	0.07044	14.1964	75
80	224.229	0.0045	0.00031	3188.990	0.07031	14.2220	80
85	314.493	0.0032	0.00022	4478.465	0.07022	14.2403	85
90	441.092	0.0023	0.00016	6287.020	0.07016	14.2533	90
95	618.653	0.0016	0.00011	8823.613	0.07011	14.2626	95
100	867.691	0.0012	0.00008	12381.300	0.07008	14.2693	100

TABLE A-12

8.00% COMPOUND INTEREST FACTORS

SINGLE PAYMENTS			UNIFORM SERIES PAYMENTS				
N	COMPOUND AMOUNT F/P	PRESENT WORTH P/F	SINKING FUND A/F	COMPOUND AMOUNT F/A	CAPITAL RECOVERY A/P	PRESENT WORTH P/A	N
1	1.0800	0.9259	1.00000	1.000	1.08000	0.9259	1
2	1.1664	0.8573	0.48077	2.080	0.56077	1.7833	2
3	1.2597	0.7938	0.30803	3.246	0.38803	2.5771	3
4	1.3605	0.7350	0.22192	4.506	0.30192	3.3121	4
5	1.4693	0.6806	0.17046	5.867	0.25046	3.9927	5
6	1.5869	0.6302	0.13632	7.336	0.21632	4.6229	6
7	1.7138	0.5835	0.11207	8.923	0.19207	5.2064	7
8	1.8509	0.5403	0.09401	10.637	0.17401	5.7466	8
9	1.9990	0.5002	0.08008	12.488	0.16008	6.2469	9
10	2.1589	0.4632	0.06903	14.487	0.14903	6.7101	10
11	2.3316	0.4289	0.06008	16.645	0.14008	7.1350	11
12	2.5182	0.3971	0.05270	18.977	0.13270	7.5361	12
13	2.7196	0.3677	0.04652	21.495	0.12652	7.9038	13
14	2.9372	0.3405	0.04130	24.215	0.12130	8.2442	14
15	3.1722	0.3152	0.03683	27.152	0.11683	8.5595	15
16	3.4259	0.2919	0.03298	30.324	0.11298	8.8514	16
17	3.7000	0.2703	0.02963	33.750	0.10963	9.1216	17
18	3.9960	0.2502	0.02670	37.450	0.10670	9.3719	18
19	4.3157	0.2317	0.02413	41.446	0.10413	9.6036	19
20	4.6609	0.2145	0.02185	45.762	0.10185	9.8181	20
22	5.4365	0.1839	0.01803	55.457	0.09803	10.2007	22
24	6.3412	0.1577	0.01498	66.765	0.09498	10.5288	24
25	6.8485	0.1460	0.01368	73.106	0.09368	10.6748	25
26	7.3963	0.1352	0.01251	79.954	0.09251	10.8100	26
28	8.6271	0.1159	0.01049	95.339	0.09049	11.0511	28
30	10.0626	0.0994	0.00883	113.283	0.08883	11.2578	30
32	11.7371	0.0852	0.00745	134.213	0.08745	11.4350	32
34	13.6901	0.0730	0.00630	158.626	0.08630	11.5869	34
35	14.7853	0.0676	0.00580	172.316	0.08580	11.6546	35
36	15.9681	0.0626	0.00534	187.102	0.08534	11.7172	36
38	18.6252	0.0537	0.00454	220.315	0.08454	11.8289	38
40	21.7245	0.0460	0.00386	259.056	0.08386	11.9246	40
45	31.9203	0.0313	0.00259	386.504	0.08259	12.1084	45
50	46.9014	0.0213	0.00174	573.768	0.08174	12.2335	50
55	68.9136	0.0145	0.00118	848.920	0.08118	12.3186	55
60	101.257	0.0099	0.00080	1253.208	0.08080	12.3766	60
65	148.779	0.0067	0.00054	1847.240	0.08054	12.4160	65
70	218.605	0.0046	0.00037	2720.067	0.08037	12.4428	70
75	321.203	0.0031	0.00025	4002.534	0.08025	12.4611	75
80	471.952	0.0021	0.00017	5886.902	0.08017	12.4735	80
85	693.452	0.0014	0.00012	8655.652	0.08012	12.4820	85
90	1018.908	0.0010	0.00008	12723.850	0.08008	12.4877	90
95	1497.110	0.0007	0.00005	18701.380	0.08005	12.4917	95
100	2199.746	0.0005	0.00004	27464.320	0.08004	12.4943	100

TABLE A-13

9.00% COMPOUND INTEREST FACTORS

SINGLE PAYMENTS			UNIFORM SERIES PAYMENTS				
N	COMPOUND AMOUNT F/P	PRESENT WORTH P/F	SINKING FUND A/F	COMPOUND AMOUNT F/A	CAPITAL RECOVERY A/P	PRESENT WORTH P/A	N
1	1.0900	0.9174	1.00001	1.000	1.09001	0.9174	1
2	1.1881	0.8417	0.47847	2.090	0.56847	1.7591	2
3	1.2950	0.7722	0.30506	3.278	0.39506	2.5313	3
4	1.4116	0.7084	0.21867	4.573	0.30867	3.2397	4
5	1.5386	0.6499	0.16709	5.985	0.25709	3.8896	5
6	1.6771	0.5963	0.13292	7.523	0.22292	4.4859	6
7	1.8280	0.5470	0.10869	9.200	0.19869	5.0329	7
8	1.9926	0.5019	0.09068	11.028	0.18068	5.5348	8
9	2.1719	0.4604	0.07680	13.021	0.16680	5.9952	9
10	2.3673	0.4224	0.06582	15.193	0.15582	6.4176	10
11	2.5804	0.3875	0.05695	17.560	0.14695	6.8052	11
12	2.8126	0.3555	0.04965	20.140	0.13965	7.1607	12
13	3.0658	0.3262	0.04357	22.953	0.13357	7.4869	13
14	3.3417	0.2992	0.03843	26.019	0.12843	7.7861	14
15	3.6424	0.2745	0.03406	29.360	0.12406	8.0607	15
16	3.9703	0.2519	0.03030	33.003	0.12030	8.3125	16
17	4.3276	0.2311	0.02705	36.973	0.11705	8.5436	17
18	4.7171	0.2120	0.02421	41.301	0.11421	8.7556	18
19	5.1416	0.1945	0.02173	46.018	0.11173	8.9501	19
20	5.6043	0.1784	0.01955	51.159	0.10955	9.1285	20
22	6.6585	0.1502	0.01591	62.872	0.10591	9.4424	22
24	7.9109	0.1264	0.01302	76.788	0.10302	9.7066	24
25	8.6229	0.1160	0.01181	84.699	0.10181	9.8226	25
26	9.3990	0.1064	0.01072	93.322	0.10072	9.9290	26
28	11.1669	0.0896	0.00885	112.966	0.09885	10.1161	28
30	13.2674	0.0754	0.00734	136.304	0.09734	10.2736	30
32	15.7630	0.0634	0.00610	164.033	0.09610	10.4062	32
34	18.7279	0.0534	0.00508	196.977	0.09508	10.5178	34
35	20.4134	0.0490	0.00464	215.705	0.09464	10.5668	35
36	22.2506	0.0449	0.00424	236.118	0.09424	10.6118	36
38	26.4359	0.0378	0.00354	292.621	0.09354	10.6908	38
40	31.4085	0.0318	0.00296	337.872	0.09296	10.7574	40
45	48.3257	0.0207	0.00190	525.841	0.09190	10.8812	45
50	74.3548	0.0134	0.00123	815.053	0.09123	10.9617	50
55	114.404	0.0087	0.00079	1260.041	0.09079	11.0140	55
60	176.024	0.0057	0.00051	1944.707	0.09051	11.0480	60
65	270.833	0.0037	0.00033	2998.146	0.09033	11.0701	65
70	416.708	0.0024	0.00022	4618.984	0.09022	11.0845	70
75	641.156	0.0016	0.00014	7112.840	0.09014	11.0938	75
80	986.494	0.0010	0.00009	10949.930	0.09009	11.0999	80
85	1517.837	0.0007	0.00006	16853.750	0.09006	11.1038	85
90	2335.372	0.0004	0.00004	25937.470	0.09004	11.1064	90
95	3593.246	0.0003	0.00003	39913.870	0.09002	11.1080	95
100	5528.633	0.0002	0.00002	61418.200	0.09002	11.1091	100

TABLE A-14

10.00% COMPOUND INTEREST FACTORS

SINGLE PAYMENTS			UNIFORM SERIES PAYMENTS				N
N	COMPOUND AMOUNT F/P	PRESENT WORTH P/F	SINKING FUND A/F	COMPOUND AMOUNT F/A	CAPITAL RECOVERY A/P	PRESENT WORTH P/A	
1	1.1000	0.9091	1.00000	1.000	1.10001	0.9091	1
2	1.2100	0.8264	0.47619	2.100	0.57619	1.7355	2
3	1.3310	0.7513	0.30212	3.310	0.40212	2.4868	3
4	1.4641	0.6830	0.21547	4.641	0.31547	3.1698	4
5	1.6105	0.6209	0.16380	6.105	0.26380	3.7908	5
6	1.7716	0.5645	0.12961	7.716	0.22961	4.3552	6
7	1.9487	0.5132	0.10541	9.487	0.20541	4.8684	7
8	2.1436	0.4665	0.08744	11.436	0.18744	5.3349	8
9	2.3579	0.4241	0.07364	13.579	0.17364	5.7590	9
10	2.5937	0.3855	0.06275	15.937	0.16275	6.1445	10
11	2.8531	0.3505	0.05396	18.531	0.15396	6.4950	11
12	3.1384	0.3186	0.04676	21.384	0.14676	6.8137	12
13	3.4522	0.2897	0.04078	24.522	0.14078	7.1033	13
14	3.7975	0.2633	0.03575	27.975	0.13575	7.3667	14
15	4.1772	0.2394	0.03147	31.772	0.13147	7.6061	15
16	4.5949	0.2176	0.02782	35.949	0.12782	7.8237	16
17	5.0544	0.1978	0.02466	40.544	0.12466	8.0215	17
18	5.5599	0.1799	0.02193	45.599	0.12193	8.2014	18
19	6.1158	0.1635	0.01955	51.159	0.11955	8.3649	19
20	6.7274	0.1486	0.01746	57.274	0.11746	8.5136	20
22	8.1402	0.1228	0.01401	71.402	0.11401	8.7715	22
24	9.8456	0.1015	0.01130	88.496	0.11130	8.9847	24
25	10.8346	0.0923	0.01017	98.346	0.11017	9.0770	25
26	11.9180	0.0839	0.00916	109.180	0.10916	9.1609	26
28	14.4208	0.0693	0.00745	134.208	0.10745	9.3066	28
30	17.4491	0.0573	0.00608	164.491	0.10608	9.4265	30
32	21.1134	0.0474	0.00497	201.134	0.10497	9.5264	32
34	25.5472	0.0391	0.00407	245.472	0.10407	9.6086	34
35	28.1019	0.0356	0.00369	271.019	0.10369	9.6442	35
36	30.9121	0.0323	0.00334	299.121	0.10334	9.6765	36
38	37.4036	0.0267	0.00275	364.036	0.10275	9.7327	38
40	45.2583	0.0221	0.00226	442.583	0.10226	9.7791	40
45	72.8888	0.0137	0.00139	718.888	0.10139	9.8628	45
50	117.388	0.0085	0.00086	1163.878	0.10086	9.9148	50
55	189.054	0.0053	0.00053	1880.538	0.10053	9.9471	55
60	304.472	0.0033	0.00033	3034.720	0.10033	9.9672	60
65	490.354	0.0020	0.00020	4893.539	0.10020	9.9796	65
70	789.718	0.0013	0.00013	7887.180	0.10013	9.9873	70
75	1271.846	0.0008	0.00008	12708.460	0.10008	9.9921	75
80	2048.315	0.0005	0.00005	20473.160	0.10005	9.9951	80
85	3298.823	0.0003	0.00003	32978.240	0.10003	9.9970	85
90	5312.773	0.0002	0.00002	53117.770	0.10002	9.9981	90
95	8556.250	0.0001	0.00001	85552.500	0.10001	9.9988	95

TABLE A-15

12.00% COMPOUND INTEREST FACTORS

SINGLE PAYMENTS			UNIFORM SERIES PAYMENTS				N
COMPOUND AMOUNT	PRESENT WORTH		SINKING FUND	COMPOUND AMOUNT	CAPITAL RECOVERY	PRESENT WORTH	
N	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	
1	1.1200	0.8929	1.00000	1.000	1.12000	0.8929	1
2	1.2544	0.7972	0.47170	2.120	0.59170	1.6900	2
3	1.4049	0.7118	0.29635	3.374	0.41635	2.4018	3
4	1.5735	0.6355	0.20923	4.779	0.32923	3.0373	4
5	1.7623	0.5674	0.15741	6.353	0.27741	3.6048	5
6	1.9738	0.5066	0.12323	8.115	0.24323	4.1114	6
7	2.2107	0.4523	0.09912	10.089	0.21912	4.5638	7
8	2.4760	0.4039	0.08130	12.300	0.20130	4.9676	8
9	2.7731	0.3606	0.06768	14.776	0.18768	5.3283	9
10	3.1058	0.3220	0.05698	17.549	0.17698	5.6502	10
11	3.4785	0.2875	0.04842	20.655	0.16842	5.9377	11
12	3.8960	0.2567	0.04144	24.133	0.16144	6.1944	12
13	4.3635	0.2292	0.03568	28.029	0.15568	6.4236	13
14	4.8871	0.2046	0.03087	32.393	0.15087	6.6282	14
15	5.4736	0.1827	0.02682	37.280	0.14682	6.8109	15
16	6.1304	0.1631	0.02339	42.753	0.14339	6.9743	16
17	6.8660	0.1456	0.02046	48.884	0.14046	7.1196	17
18	7.6900	0.1300	0.01794	55.750	0.13794	7.2497	18
19	8.6127	0.1161	0.01576	63.440	0.13576	7.3658	19
20	9.6463	0.1037	0.01388	72.052	0.13388	7.4695	20
22	12.1003	0.0826	0.01081	92.502	0.13081	7.6446	22
24	15.1786	0.0659	0.00846	118.155	0.12846	7.7843	24
25	17.0000	0.0588	0.00750	133.334	0.12750	7.8431	25
26	19.0400	0.0525	0.00665	150.333	0.12665	7.8957	26
28	23.8838	0.0419	0.00524	190.698	0.12524	7.9844	28
30	29.9598	0.0334	0.00414	241.332	0.12414	8.0552	30
32	37.5816	0.0266	0.00328	304.847	0.12328	8.1116	32
34	47.1423	0.0212	0.00260	384.520	0.12260	8.1566	34
35	52.7994	0.0189	0.00232	431.662	0.12232	8.1755	35
36	59.1353	0.0169	0.00206	484.461	0.12206	8.1924	36
38	74.1794	0.0135	0.00164	609.828	0.12164	8.2210	38
40	93.0506	0.0107	0.00130	767.088	0.12130	8.2438	40
45	163.587	0.0061	0.00074	1358.225	0.12074	8.2825	45
50	289.000	0.0035	0.00042	2400.006	0.12042	8.3045	50

TABLE A-16

15.00% COMPOUND INTEREST FACTORS

SINGLE PAYMENTS			UNIFORM SERIES PAYMENTS				N
N	COMPOUND AMOUNT F/P	PRESENT WORTH P/F	SINKING FUND A/F	COMPOUND AMOUNT F/A	CAPITAL RECOVERY A/P	PRESENT WORTH P/A	
1	1.1500	0.8696	1.0000	1.000	1.1500	0.8696	1
2	1.3225	0.7561	0.46512	2.150	0.61512	1.6257	2
3	1.5209	0.6575	0.28798	3.472	0.43798	2.2832	3
4	1.7490	0.5718	0.20027	4.993	0.35027	2.8550	4
5	2.0114	0.4972	0.14832	6.742	0.29832	3.3522	5
6	2.3131	0.4323	0.11424	8.754	0.26424	3.7845	6
7	2.6600	0.3759	0.09036	11.067	0.24036	4.1604	7
8	3.0590	0.3269	0.07285	13.727	0.22285	4.4873	8
9	3.5179	0.2843	0.05957	16.786	0.20957	4.7716	9
10	4.0455	0.2472	0.04925	20.304	0.19925	5.0188	10
11	4.6524	0.2149	0.04107	24.349	0.19107	5.2337	11
12	5.3502	0.1869	0.03448	29.002	0.18448	5.4206	12
13	6.1528	0.1625	0.02911	34.352	0.17911	5.5831	13
14	7.0757	0.1413	0.02469	40.505	0.17469	5.7245	14
15	8.1370	0.1229	0.02102	47.580	0.17102	5.8474	15
16	9.3576	0.1069	0.01795	55.717	0.16795	5.9542	16
17	10.7612	0.0929	0.01537	65.075	0.16537	6.0472	17
18	12.3754	0.0808	0.01319	75.836	0.16319	6.1280	18
19	14.2317	0.0703	0.01134	88.211	0.16134	6.1982	19
20	16.3664	0.0611	0.00976	102.443	0.15976	6.2593	20
22	21.6446	0.0462	0.00727	137.631	0.15727	6.3587	22
24	28.6249	0.0349	0.00543	184.166	0.15543	6.4338	24
25	32.9187	0.0304	0.00470	212.791	0.15470	6.4642	25
26	37.8565	0.0264	0.00407	245.710	0.15407	6.4906	26
28	50.0651	0.0200	0.00306	327.191	0.15306	6.5335	28
30	66.2111	0.0151	0.00230	434.741	0.15230	6.5660	30
32	87.5641	0.0114	0.00173	577.094	0.15173	6.5905	32
34	115.803	0.0086	0.00131	765.357	0.15131	6.6091	34
35	133.174	0.0075	0.00113	881.160	0.15113	6.6166	35
36	153.150	0.0065	0.00099	1014.334	0.15099	6.6231	36
38	202.541	0.0049	0.00074	1343.606	0.15074	6.6338	38
40	267.860	0.0037	0.00056	1779.067	0.15056	6.6418	40
45	538.761	0.0019	0.00028	3585.076	0.15028	6.6543	45
50	1083.639	0.0009	0.00014	7217.598	0.15014	6.6605	50

کتابخانه مرکز آموزش عالی
وحید

TABLE A-17

18.00% COMPOUND INTEREST FACTORS

SINGLE PAYMENTS			UNIFORM SERIES PAYMENTS				
	COMPOUND AMOUNT	PRESENT WORTH	SINKING FUND	COMPOUND AMOUNT	CAPITAL RECOVERY	PRESENT WORTH	
N	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	N
1	1.1800	0.8475	1.00000	1.000	1.18000	0.8475	1
2	1.3924	0.7182	0.45872	2.180	0.63872	1.5656	2
3	1.6430	0.6086	0.27992	3.572	0.45992	2.1743	3
4	1.9388	0.5158	0.19174	5.215	0.37174	2.6901	4
5	2.2878	0.4371	0.13978	7.154	0.31578	3.1272	5
6	2.6995	0.3704	0.10591	9.442	0.28591	3.4976	6
7	3.1855	0.3139	0.08236	12.141	0.26236	3.8115	7
8	3.7588	0.2660	0.06524	15.327	0.24524	4.0776	8
9	4.4354	0.2255	0.05240	19.386	0.23239	4.3030	9
10	5.2338	0.1911	0.04251	23.521	0.22251	4.4941	10
11	6.1759	0.1619	0.03478	28.755	0.21478	4.6560	11
12	7.2875	0.1372	0.02863	34.931	0.20863	4.7932	12
13	8.5993	0.1163	0.02369	42.218	0.20369	4.9095	13
14	10.1472	0.0985	0.01968	50.818	0.19968	5.0081	14
15	11.9736	0.0835	0.01640	60.965	0.19640	5.0916	15
16	14.1289	0.0708	0.01371	72.938	0.19371	5.1624	16
17	16.6721	0.0600	0.01149	87.367	0.19149	5.2223	17
18	19.6730	0.0508	0.00964	103.739	0.18964	5.2732	18
19	23.2142	0.0431	0.00810	123.412	0.18810	5.3162	19
20	27.3927	0.0365	0.00682	146.626	0.18682	5.3527	20
22	38.1416	0.0262	0.00485	206.342	0.18485	5.4099	22
24	53.1083	0.0188	0.00345	289.490	0.18345	5.4510	24
25	62.6678	0.0160	0.00292	342.599	0.18292	5.4669	25
26	73.9479	0.0135	0.00247	405.266	0.18247	5.4804	26
28	102.9650	0.0097	0.00177	566.472	0.18177	5.5016	28
30	143.3683	0.0070	0.00126	790.935	0.18126	5.5168	30
32	199.6258	0.0050	0.00091	1103.477	0.18091	5.5277	32
34	277.9585	0.0036	0.00065	1538.660	0.18065	5.5356	34
35	327.9910	0.0030	0.00055	1816.617	0.18055	5.5386	35
36	387.0291	0.0026	0.00047	2144.608	0.18047	5.5412	36
38	538.899	0.0019	0.00033	2988.329	0.18033	5.5453	38
40	750.362	0.0013	0.00024	4163.121	0.18024	5.5482	40
45	1716.641	0.0006	0.00010	9531.344	0.18010	5.5523	45
50	3927.249	0.0003	0.00005	21812.500	0.18005	5.5541	50

TABLE A-18

20.00% COMPOUND INTEREST FACTORS

SINGLE PAYMENTS			UNIFORM SERIES PAYMENTS				N
COMPOUND AMOUNT	PRESENT WORTH		SINKING FUND	COMPOUND AMOUNT	CAPITAL RECOVERY	PRESENT WORTH	
N	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	N
1	1.2000	0.8333	1.00000	1.000	1.20000	0.8333	1
2	1.4400	0.6944	0.45455	2.200	0.65455	1.5278	2
3	1.7280	0.5787	0.27473	3.640	0.47473	2.1065	3
4	2.0736	0.4823	0.18629	5.368	0.38629	2.5887	4
5	2.4883	0.4019	0.13438	7.442	0.33438	2.9906	5
6	2.9860	0.3349	0.10071	9.930	0.30071	3.3255	6
7	3.5832	0.2791	0.07742	12.916	0.27742	3.6046	7
8	4.2998	0.2326	0.06061	16.499	0.26061	3.8372	8
9	5.1598	0.1938	0.04808	20.799	0.24808	4.0310	9
10	6.1917	0.1615	0.03852	25.959	0.23852	4.1925	10
11	7.4301	0.1346	0.03110	32.150	0.23110	4.3271	11
12	8.9161	0.1122	0.02527	39.580	0.22526	4.4392	12
13	10.6993	0.0935	0.02062	48.497	0.22062	4.5327	13
14	12.8392	0.0779	0.01689	59.196	0.21689	4.6106	14
15	15.4070	0.0649	0.01388	72.035	0.21388	4.6755	15
16	18.4884	0.0541	0.01144	87.442	0.21144	4.7296	16
17	22.1861	0.0451	0.00944	105.930	0.20944	4.7746	17
18	26.6232	0.0376	0.00781	128.116	0.20781	4.8122	18
19	31.9479	0.0313	0.00646	154.740	0.20646	4.8435	19
20	38.3375	0.0261	0.00536	186.687	0.20536	4.8696	20
22	55.2059	0.0181	0.00369	271.030	0.20365	4.9094	22
24	79.4965	0.0126	0.00255	392.483	0.20255	4.9371	24
25	95.3958	0.0105	0.00212	471.979	0.20212	4.9476	25
26	114.4750	0.0087	0.00176	567.375	0.20176	4.9563	26
28	164.8439	0.0061	0.00122	819.220	0.20122	4.9697	28
30	237.3752	0.0042	0.00085	1181.877	0.20085	4.9789	30
32	341.8201	0.0029	0.00059	1704.102	0.20059	4.9854	32
34	492.2207	0.0020	0.00041	2456.105	0.20041	4.9898	34
35	590.6648	0.0017	0.00034	2948.327	0.20034	4.9915	35
36	708.7976	0.0014	0.00028	3538.992	0.20028	4.9929	36
38	1020.668	0.0010	0.00020	5098.344	0.20020	4.9951	38
40	1469.762	0.0007	0.00014	7343.816	0.20014	4.9966	40
45	3657.236	0.0003	0.00005	18281.190	0.20005	4.9986	45
50	9100.363	0.0001	0.00002	45496.870	0.20002	4.9995	50

TABLE A-19

25.00% COMPOUND INTEREST FACTORS

SINGLE PAYMENTS			UNIFORM SERIES PAYMENTS				
N	COMPOUND AMOUNT F/P	PRESENT WORTH P/F	SINKING FUND A/F	COMPOUND AMOUNT F/A	CAPITAL RECOVERY A/P	PRESENT WORTH P/A	N
1	1.2500	0.8000	1.00000	1.000	1.25000	0.8000	1
2	1.5625	0.6400	0.44445	2.250	0.69445	1.4400	2
3	1.9531	0.5120	0.26230	3.812	0.51230	1.9520	3
4	2.4414	0.4096	0.17344	5.766	0.42344	2.3616	4
5	3.0517	0.3277	0.12185	8.207	0.37185	2.6893	5
6	3.8147	0.2621	0.08882	11.259	0.33882	2.9514	6
7	4.7683	0.2097	0.06634	15.073	0.31634	3.1611	7
8	5.9604	0.1678	0.05040	19.842	0.30040	3.3289	8
9	7.4505	0.1342	0.03876	25.802	0.28876	3.4631	9
10	9.3132	0.1074	0.03007	33.253	0.28007	3.5705	10
11	11.6414	0.0859	0.02349	42.566	0.27349	3.6564	11
12	14.5518	0.0687	0.01845	54.207	0.26845	3.7251	12
13	18.1897	0.0550	0.01454	68.759	0.26454	3.7801	13
14	22.7371	0.0440	0.01150	86.949	0.26150	3.8241	14
15	28.4214	0.0352	0.00912	109.686	0.25912	3.8593	15
16	35.5267	0.0281	0.00724	138.107	0.25724	3.8874	16
17	44.4083	0.0225	0.00576	173.634	0.25576	3.9099	17
18	55.5104	0.0180	0.00459	218.042	0.25459	3.9279	18
19	69.3879	0.0144	0.00366	273.552	0.25366	3.9424	19
20	86.7348	0.0115	0.00292	342.939	0.25292	3.9535	20
22	135.5230	0.0074	0.00186	538.092	0.25186	3.9705	22
24	211.7543	0.0047	0.00119	843.018	0.25119	3.9811	24
25	264.6926	0.0038	0.00095	1054.771	0.25095	3.9849	25
26	330.8655	0.0030	0.00076	1319.463	0.25076	3.9879	26
28	516.9768	0.0019	0.00048	2063.909	0.25048	3.9923	28
30	807.7749	0.0012	0.00031	3227.103	0.25031	3.9951	30
32	1262.146	0.0008	0.00020	5044.590	0.25020	3.9968	32
34	1972.101	0.0005	0.00013	7884.406	0.25013	3.9980	34
35	2465.124	0.0004	0.00010	9856.504	0.25010	3.9964	35
36	3081.403	0.0003	0.00008	12321.620	0.25008	3.9987	36
38	4814.684	0.0002	0.00005	19254.750	0.25005	3.9992	38
40	7522.934	0.0001	0.00003	30087.750	0.25003	3.9995	40
45	22958.08	0.0000	0.00001	91828.370	0.25001	3.9998	45

TABLE A-20

30.00% COMPOUND INTEREST FACTORS

SINGLE PAYMENTS			UNIFORM SERIES PAYMENTS				
COMPOUND PRESENT			SINKING	COMPOUND	CAPITAL	PRESENT	
AMOUNT	WORTH	FUND	FUND	AMOUNT	RECOVERY	WORTH	
N	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	N
1	1.3000	0.7692	1.30000	1.300	1.30000	0.7692	1
2	1.6900	0.5917	0.43478	2.300	0.73478	1.3609	2
3	2.1970	0.4552	0.25063	3.990	0.55063	1.8161	3
4	2.8561	0.3501	0.16163	6.187	0.46163	2.1662	4
5	3.7129	0.2693	0.11058	9.043	0.41058	2.4356	5
6	4.8268	0.2072	0.07839	12.756	0.37839	2.6427	6
7	6.2748	0.1594	0.05687	17.583	0.35687	2.8021	7
8	8.1573	0.1226	0.04192	23.958	0.34192	2.9247	8
9	10.6044	0.0943	0.03124	32.015	0.33124	3.0190	9
10	13.7858	0.0725	0.02346	42.619	0.32346	3.0915	10
11	17.9215	0.0558	0.01773	56.405	0.31773	3.1473	11
12	23.2979	0.0429	0.01345	74.326	0.31345	3.1903	12
13	30.2873	0.0330	0.01024	97.624	0.31024	3.2233	13
14	39.3734	0.0254	0.00782	127.912	0.30782	3.2487	14
15	51.1854	0.0195	0.00598	167.285	0.30598	3.2682	15
16	66.5410	0.0150	0.00458	218.470	0.30458	3.2832	16
17	86.5033	0.0116	0.00351	285.011	0.30351	3.2948	17
18	112.4542	0.0089	0.00269	371.514	0.30269	3.3037	18
19	146.1904	0.0068	0.00207	483.968	0.30207	3.3105	19
20	190.0474	0.0053	0.00159	630.158	0.30159	3.3158	20
22	321.1797	0.0031	0.00094	1067.266	0.30094	3.3230	22
24	542.7930	0.0018	0.00055	1805.979	0.30055	3.3272	24
25	705.6306	0.0014	0.00043	2348.771	0.30043	3.3286	25
26	917.3191	0.0011	0.00033	3054.401	0.30033	3.3297	26
28	1550.268	0.0006	0.00019	5164.227	0.30019	3.3312	28
30	2619.949	0.0004	0.00011	8726.836	0.30011	3.3321	30
32	4427.707	0.0002	0.00007	14755.690	0.30007	3.3326	32
34	7482.816	0.0001	0.00004	24939.410	0.30004	3.3329	34
35	9727.660	0.0001	0.00003	32422.230	0.30003	3.3330	35

TABLE A-21

35.00% COMPOUND INTEREST FACTORS

SINGLE PAYMENTS			UNIFORM SERIES PAYMENTS				
COMPOUND AMOUNT	PRESENT WORTH		SINKING FUND	COMPOUND AMOUNT	CAPITAL RECOVERY	PRESENT WORTH	
N	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	N
1	1.3500	0.7407	1.00000	1.000	1.35000	0.7407	1
2	1.8225	0.5487	0.42553	2.350	0.77553	1.2894	2
3	2.4604	0.4064	0.23966	4.172	0.58966	1.6959	3
4	3.3215	0.3011	0.15076	6.633	0.50076	1.9969	4
5	4.4840	0.2230	0.10046	9.954	0.45046	2.2200	5
6	6.0534	0.1652	0.06926	14.438	0.41926	2.3852	6
7	8.1721	0.1224	0.04880	20.492	0.39880	2.5075	7
8	11.0324	0.0906	0.03489	28.664	0.38489	2.5982	8
9	14.8937	0.0671	0.02519	39.696	0.37519	2.6653	9
10	20.1065	0.0497	0.01832	54.590	0.36832	2.7150	10
11	27.1437	0.0368	0.01339	74.696	0.36339	2.7519	11
12	36.6440	0.0273	0.00982	101.840	0.35982	2.7792	12
13	49.4694	0.0202	0.00722	138.484	0.35722	2.7994	13
14	66.7836	0.0150	0.00532	187.953	0.35532	2.8144	14
15	90.1579	0.0111	0.00393	254.737	0.35393	2.8255	15
16	121.7131	0.0082	0.00290	344.895	0.35290	2.8337	16
17	164.3126	0.0061	0.00214	466.638	0.35214	2.8398	17
18	221.8219	0.0045	0.00158	630.920	0.35158	2.8443	18
19	299.4595	0.0033	0.00117	852.742	0.35117	2.8476	19
20	404.2700	0.0025	0.00087	1152.201	0.35087	2.8501	20
22	736.7817	0.0014	0.00048	2102.236	0.35048	2.8533	22
24	1342.783	0.0007	0.00026	3833.673	0.35026	2.8553	24
25	1812.757	0.0006	0.00019	5176.453	0.35019	2.8556	25
26	2447.221	0.0004	0.00014	6989.207	0.35014	2.8560	26
28	4460.055	0.0002	0.00008	12740.160	0.35008	2.8565	28
30	8128.445	0.0001	0.00004	23221.290	0.35004	2.8568	30
32	14814.08	0.0001	0.00002	42323.120	0.35002	2.8570	32
34	26998.64	0.0000	0.00001	77136.120	0.35001	2.8570	34
35	36448.14	0.0000	0.00001	104134.70	0.35001	2.8571	35

TABLE A-22

40.00% COMPOUND INTEREST FACTORS

SINGLE PAYMENTS				UNIFORM SERIES PAYMENTS			
COMPOUND AMOUNT	PRESENT WORTH	SINKING FUND	COMPOUND AMOUNT	CAPITAL RECOVERY	PRESENT WORTH		
N	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	N
1	1.4300	0.7143	1.00000	1.000	1.40000	0.7143	1
2	1.9600	0.5102	0.41667	2.400	0.81667	1.2245	2
3	2.7440	0.3644	0.22936	4.360	0.62936	1.5889	3
4	3.8416	0.2603	0.14077	7.104	0.54077	1.8492	4
5	5.3782	0.1859	0.09136	10.946	0.49136	2.0352	5
6	7.5295	0.1328	0.06126	16.324	0.46126	2.1680	6
7	10.5413	0.0949	0.04192	23.853	0.44192	2.2628	7
8	14.7579	0.0678	0.02907	34.395	0.42907	2.3306	8
9	20.6610	0.0484	0.02034	49.153	0.42034	2.3790	9
10	28.9254	0.0346	0.01432	69.814	0.41432	2.4136	10
11	40.4955	0.0247	0.01013	98.739	0.41013	2.4383	11
12	56.6937	0.0176	0.00718	139.234	0.40718	2.4559	12
13	79.3712	0.0126	0.00510	195.928	0.40510	2.4685	13
14	111.1196	0.0090	0.00363	275.299	0.40363	2.4775	14
15	155.5675	0.0064	0.00259	386.419	0.40259	2.4839	15
16	217.7944	0.0046	0.00185	541.986	0.40184	2.4885	16
17	304.9119	0.0033	0.00132	759.780	0.40132	2.4918	17
18	426.8767	0.0023	0.00094	1064.653	0.40094	2.4941	18
19	597.6272	0.0017	0.00067	1491.570	0.40067	2.4958	19
20	836.6780	0.0012	0.00048	2089.197	0.40048	2.4970	20
22	1639.888	0.0006	0.00024	4097.223	0.40024	2.4985	22
24	3214.178	0.0003	0.00012	8032.949	0.40012	2.4992	24
25	4499.848	0.0002	0.00009	11247.120	0.40009	2.4994	25
26	6299.785	0.0002	0.00006	15746.970	0.40006	2.4996	26
28	12347.57	0.0001	0.00003	30866.460	0.40003	2.4998	28
30	24201.23	0.0000	0.00002	60500.640	0.40002	2.4999	30
32	47434.39	0.0000	0.00001	118583.50	0.40001	2.4999	32
34	92971.31	0.0000	0.00000	232425.90	0.40000	2.5000	34
35	130159.8	0.0000	0.00000	325397.20	0.40000	2.5000	35

TABLE A-23

45.00% COMPOUND INTEREST FACTORS

SINGLE PAYMENTS			UNIFORM SERIES PAYMENTS				
	COMPOUND AMOUNT	PRESENT WORTH	SINKING FUND	COMPOUND AMOUNT	CAPITAL RECOVERY	PRESENT WORTH	
N	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	N
1	1.4500	0.6897	1.00000	1.000	1.45000	0.6897	1
2	2.1025	0.4756	0.40816	2.450	0.85816	1.1653	2
3	3.0486	0.3280	0.21966	4.552	0.66966	1.4933	3
4	4.4205	0.2262	0.13156	7.601	0.58156	1.7195	4
5	6.4097	0.1560	0.08318	12.022	0.53318	1.8755	5
6	9.2941	0.1076	0.05426	18.431	0.50426	1.9831	6
7	13.4764	0.0742	0.03607	27.725	0.48607	2.0573	7
8	19.5407	0.0512	0.02427	41.202	0.47427	2.1085	8
9	28.3341	0.0353	0.01646	60.742	0.46646	2.1438	9
10	41.0844	0.0243	0.01123	89.076	0.46123	2.1681	10
11	59.5723	0.0168	0.00768	130.161	0.45768	2.1849	11
12	86.3797	0.0116	0.00527	189.733	0.45527	2.1965	12
13	125.2505	0.0080	0.00362	276.112	0.45362	2.2045	13
14	181.6131	0.0055	0.00249	401.363	0.45249	2.2100	14
15	263.3386	0.0038	0.00172	582.975	0.45171	2.2138	15
16	381.8408	0.0026	0.00118	846.313	0.45118	2.2164	16
17	553.6689	0.0018	0.00081	1228.154	0.45081	2.2182	17
18	802.8193	0.0012	0.00056	1781.822	0.45056	2.2195	18
19	1164.087	0.0009	0.00039	2584.641	0.45039	2.2203	19
20	1687.925	0.0006	0.00027	3748.725	0.45027	2.2209	20
22	3548.857	0.0003	0.00013	7884.133	0.45013	2.2216	22
24	7461.457	0.0001	0.00006	16578.800	0.45006	2.2219	24
25	10819.11	0.0001	0.00004	24040.250	0.45004	2.2220	25
26	15687.70	0.0001	0.00003	34859.350	0.45003	2.2221	26
28	32983.32	0.0000	0.00001	73294.060	0.45001	2.2222	28
30	69347.31	0.0000	0.00001	154103.00	0.45001	2.2222	30
32	145802.5	0.0000	0.00000	324003.60	0.45000	2.2222	32
34	306549.3	0.0000	0.00000	681219.10	0.45000	2.2222	34
35	444496.2	0.0000	0.00000	987768.30	0.45000	2.2222	35

TABLE A-24

50.00% COMPOUND INTEREST FACTORS

SINGLE PAYMENTS			UNIFORM SERIES PAYMENTS				
-----			-----				
COMPOUND	PRESENT	SINKING	COMPCUND	CAPITAL	PRESENT		
AMOUNT	WORTH	FUND	AMOUNT	RECOVERY	WORTH		
N	F/P	P/F	A/F	F/A	A/P	P/A	N
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
1	1.5000	0.6667	1.00000	1.000	1.50000	0.6667	1
2	2.2500	0.4444	0.40000	2.500	0.90000	1.1111	2
3	3.3750	0.2963	0.21053	4.750	0.71053	1.4074	3
4	5.0625	0.1975	0.12308	8.125	0.62308	1.6045	4
5	7.5937	0.1317	0.07583	13.187	0.57583	1.7366	5
6	11.3906	0.0878	0.04812	20.781	0.54812	1.8244	6
7	17.0859	0.0585	0.03108	32.172	0.53108	1.8829	7
8	25.6288	0.0390	0.02030	49.258	0.52030	1.9220	8
9	38.4431	0.0260	0.01335	74.886	0.51335	1.9480	9
10	57.6647	0.0173	0.00882	113.329	0.50882	1.9653	10
11	86.4969	0.0116	0.00585	170.954	0.50585	1.9769	11
12	129.7453	0.0077	0.00388	257.491	0.50388	1.9846	12
13	194.6179	0.0051	0.00258	387.236	0.50258	1.9897	13
14	291.9265	0.0034	0.00172	581.854	0.50172	1.9931	14
15	437.8896	0.0023	0.00114	873.780	0.50114	1.9954	15
16	656.8340	0.0015	0.00076	1311.669	0.50076	1.9970	16
17	985.2505	0.0010	0.00051	1968.503	0.50051	1.9980	17
18	1477.875	0.0007	0.00034	2953.753	0.50034	1.9986	18
19	2216.811	0.0005	0.00023	4431.625	0.50023	1.9991	19
20	3325.214	0.0003	0.00015	6648.434	0.50015	1.9994	20
22	7481.723	0.0001	0.00007	14961.450	0.50007	1.9997	22
24	16833.85	0.0001	0.00003	33665.730	0.50003	1.9999	24
25	25250.77	0.0000	0.00002	50499.570	0.50002	1.9999	25
26	37876.13	0.0000	0.00001	75750.310	0.50001	1.9999	26
28	85221.13	0.0000	0.00001	170440.30	0.50001	2.0000	28
30	191747.4	0.0000	0.00000	383493.10	0.50000	2.0000	30
32	431431.1	0.0000	0.00000	862861.50	0.50000	2.0000	32
34	970719.8	0.0000	0.00000	1941437.0	0.50000	2.0000	34

کتابخانه مرکزی آموزش عالی
رجسٹر

TABLE A-25

PRESENT WORTH GRADIENT FACTORS(P/G)

N	1%	2%	3%	4%	5%	6%	N
2	0.958	0.958	0.941	0.924	0.906	0.890	2
3	2.895	2.841	2.772	2.702	2.634	2.569	3
4	5.773	5.612	5.437	5.267	5.101	4.945	4
5	9.566	9.233	8.887	8.554	8.235	7.934	5
6	14.271	13.672	13.074	12.506	11.966	11.458	6
7	19.860	18.895	17.952	17.066	16.230	15.449	7
8	26.324	24.868	23.478	22.180	20.968	19.840	8
9	33.626	31.559	29.609	27.801	26.124	24.576	9
10	41.764	38.943	36.305	33.881	31.649	29.601	10
11	50.721	46.984	43.530	40.377	37.496	34.869	11
12	60.479	55.657	51.245	47.248	43.621	40.335	12
13	71.018	64.932	59.416	54.454	49.984	45.961	13
14	82.314	74.783	68.010	61.961	56.550	51.711	14
15	94.374	85.183	76.996	69.735	63.284	57.553	15
16	107.154	96.109	86.343	77.744	70.156	63.457	16
17	120.662	107.535	96.023	85.958	77.136	69.399	17
18	134.865	119.436	106.009	94.350	84.200	75.355	18
19	149.754	131.792	116.274	102.893	91.323	81.304	19
20	165.320	144.577	126.794	111.564	98.484	87.228	20
21	181.546	157.772	137.544	120.341	105.663	93.111	21
22	198.407	171.354	148.504	129.202	112.841	98.939	22
23	215.903	185.305	159.651	138.128	120.004	104.699	23
24	234.005	199.604	170.965	147.101	127.135	110.379	24
25	252.717	214.231	182.428	156.103	134.223	115.971	25
26	272.011	229.169	194.020	165.121	141.253	121.466	26
27	291.875	244.401	205.725	174.138	148.217	126.858	27
28	312.309	259.908	217.525	183.142	155.105	132.140	28
29	333.280	275.674	229.407	192.120	161.907	137.307	29
30	354.790	291.684	241.355	201.061	168.617	142.357	30
31	376.822	307.921	253.354	209.955	175.228	147.284	31
32	399.360	324.369	265.392	218.792	181.734	152.088	32
33	422.398	341.016	277.457	227.563	188.130	156.766	33
34	445.919	357.845	289.536	236.260	194.412	161.317	34
35	469.916	374.846	301.619	244.876	200.575	165.741	35
36	494.375	392.003	313.695	253.405	206.618	170.037	36
37	519.279	409.305	325.755	261.839	212.538	174.205	37
38	544.622	426.738	337.788	270.175	218.333	178.247	38
39	570.396	444.291	349.786	278.406	224.000	182.163	39
40	596.579	461.953	361.742	286.530	229.540	185.955	40
42	650.167	497.560	385.495	302.437	240.234	193.171	42
44	705.288	533.474	408.989	317.869	250.412	199.911	44
46	761.870	569.618	432.177	332.810	260.079	206.192	46
48	819.829	605.921	455.017	347.244	269.242	212.033	48
50	879.089	642.316	477.472	361.163	277.910	217.456	50

TABLE A-25

PRESENT WORTH GRADIENT FACTORS (P/G)

N	7%	8%	9%	10%	15%	20%	N
2	0.873	3.857	0.841	0.826	0.756	0.694	2
3	2.506	2.445	2.386	2.329	2.071	1.852	3
4	4.794	4.650	4.511	4.378	3.786	3.299	4
5	7.646	7.372	7.111	6.862	5.775	4.906	5
6	10.978	10.523	10.092	9.684	7.937	6.581	6
7	14.714	14.024	13.374	12.763	10.192	8.255	7
8	18.788	17.806	16.887	16.028	12.481	9.883	8
9	23.140	21.808	20.570	19.421	14.755	11.434	9
10	27.715	25.977	24.372	22.891	16.975	12.887	10
11	32.466	30.266	28.247	26.396	19.129	14.233	11
12	37.350	34.634	32.158	29.931	21.185	15.467	12
13	42.330	39.046	36.072	33.377	23.135	16.588	13
14	47.371	43.472	39.962	36.800	24.972	17.601	14
15	52.445	47.886	43.806	40.152	26.693	18.509	15
16	57.526	52.264	47.584	43.416	28.296	19.321	16
17	62.592	56.588	51.281	46.581	29.783	20.042	17
18	67.621	60.842	54.885	49.639	31.156	20.680	18
19	72.598	65.013	58.386	52.582	32.421	21.244	19
20	77.508	69.090	61.776	55.406	33.582	21.739	20
21	82.339	73.063	65.050	58.109	34.645	22.174	21
22	87.079	76.926	68.204	60.689	35.615	22.555	22
23	91.719	80.672	71.235	63.146	36.499	22.887	23
24	96.254	84.300	74.142	65.481	37.302	23.176	24
25	100.676	87.804	76.926	67.696	38.031	23.428	25
26	104.981	91.184	79.586	69.794	38.692	23.646	26
27	109.165	94.439	82.123	71.777	39.289	23.835	27
28	113.226	97.569	84.541	73.649	39.828	23.999	28
29	117.161	100.574	86.842	75.414	40.315	24.141	29
30	120.971	103.456	89.027	77.076	40.753	24.263	30
31	124.654	106.216	91.102	78.639	41.147	24.368	31
32	128.211	108.857	93.068	80.108	41.501	24.459	32
33	131.643	111.382	94.931	81.485	41.818	24.537	33
34	134.950	113.792	96.693	82.777	42.103	24.604	34
35	138.135	116.092	98.358	83.987	42.359	24.661	35
36	141.198	118.284	99.931	85.119	42.587	24.711	36
37	144.144	120.371	101.416	86.178	42.792	24.753	37
38	146.972	122.358	102.815	87.167	42.974	24.789	38
39	149.688	124.247	104.134	88.091	43.137	24.820	39
40	152.292	126.042	105.376	88.952	43.283	24.847	40
42	157.180	129.365	107.643	90.505	43.529	24.889	42
44	161.660	132.355	109.645	91.851	43.723	24.920	44
46	165.758	135.038	111.410	93.016	43.878	24.942	46
48	169.498	137.443	112.962	94.022	44.000	24.958	48
50	172.905	139.593	114.325	94.889	44.096	24.970	50

TABLE A-25

PRESENT WORTH GRADIENT FACTORS (P/G)

N	25%	30%	35%	40%	45%	50%	N
2	0.640	0.592	0.549	0.510	0.476	0.444	2
3	1.664	1.502	1.362	1.239	1.132	1.037	3
4	2.893	2.552	2.265	2.020	1.810	1.630	4
5	4.204	3.630	3.157	2.764	2.434	2.156	5
6	5.514	4.666	3.983	3.428	2.972	2.595	6
7	6.773	5.622	4.717	3.957	3.418	2.946	7
8	7.947	6.480	5.352	4.471	3.776	3.220	8
9	9.021	7.234	5.889	4.858	4.058	3.428	9
10	9.987	7.887	6.336	5.170	4.277	3.584	10
11	10.846	8.445	6.705	5.417	4.445	3.699	11
12	11.602	8.917	7.005	5.611	4.572	3.784	12
13	12.262	9.314	7.247	5.762	4.668	3.846	13
14	12.833	9.644	7.442	5.879	4.740	3.890	14
15	13.326	9.917	7.597	5.969	4.793	3.922	15
16	13.748	10.143	7.721	6.038	4.832	3.945	16
17	14.108	10.328	7.818	6.090	4.861	3.961	17
18	14.415	10.479	7.895	6.130	4.882	3.973	18
19	14.674	10.602	7.955	6.160	4.898	3.981	19
20	14.893	10.702	8.002	6.183	4.909	3.987	20
21	15.078	10.783	8.038	6.200	4.917	3.991	21
22	15.233	10.848	8.067	6.213	4.923	3.994	22
23	15.362	10.901	8.089	6.222	4.927	3.996	23
24	15.471	10.943	8.106	6.229	4.930	3.997	24
25	15.562	10.977	8.119	6.235	4.933	3.998	25
26	15.637	11.005	8.130	6.239	4.934	3.999	26
27	15.700	11.026	8.137	6.242	4.935	3.999	27
28	15.752	11.044	8.143	6.244	4.936	3.999	28
29	15.796	11.058	8.148	6.245	4.937	4.000	29
30	15.832	11.069	8.152	6.247	4.937	4.000	30
31	15.861	11.078	8.154	6.248	4.938	4.000	31
32	15.886	11.085	8.157	6.248	4.938	4.000	32
33	15.906	11.090	8.158	6.249	4.938	4.000	33
34	15.923	11.094	8.159	6.249	4.938	4.000	34
35	15.937	11.098	8.160	6.249	4.938	4.000	35
36	15.948	11.101	8.161	6.249	4.938	4.000	36
37	15.957	11.103	8.162	6.250	4.938	4.000	37
38	15.965	11.105	8.162	6.250	4.938	4.000	38
39	15.971	11.106	8.162	6.250	4.938	4.000	39
40	15.977	11.107	8.163	6.250	4.938	4.000	40
42	15.984	11.109	8.163	6.250	4.938	4.000	42
44	15.990	11.110	8.163	6.250	4.938	4.000	44
46	15.993	11.110	8.163	6.250	4.938	4.000	46
48	15.995	11.111	8.163	6.250	4.938	4.000	48
50	15.997	11.111	8.163	6.250	4.938	4.000	50

TABLE A-26

ANNUAL COST GRADIENT FACTORS(A/G)

N	1/2%	1%	2%	3%	4%	5%	6%	N
2	0.461	0.486	0.493	0.492	0.490	0.487	0.485	2
3	0.954	0.984	0.985	0.980	0.974	0.967	0.961	3
4	1.453	1.480	1.474	1.463	1.451	1.439	1.427	4
5	1.954	1.971	1.959	1.941	1.922	1.902	1.883	5
6	2.448	2.463	2.441	2.413	2.386	2.358	2.330	6
7	2.942	2.952	2.920	2.881	2.843	2.805	2.767	7
8	3.440	3.440	3.395	3.345	3.294	3.244	3.195	8
9	3.931	3.926	3.867	3.803	3.739	3.675	3.613	9
10	4.425	4.410	4.336	4.256	4.177	4.099	4.022	10
11	4.916	4.893	4.801	4.705	4.609	4.514	4.421	11
12	5.405	5.374	5.263	5.148	5.034	4.922	4.811	12
13	5.894	5.853	5.722	5.587	5.453	5.321	5.192	13
14	6.385	6.331	6.177	6.021	5.866	5.713	5.563	14
15	6.873	6.807	6.630	6.450	6.272	6.097	5.926	15
16	7.360	7.281	7.079	6.874	6.672	6.473	6.279	16
17	7.846	7.754	7.524	7.293	7.066	6.842	6.624	17
18	8.331	8.225	7.967	7.708	7.453	7.203	6.960	18
19	8.816	8.694	8.406	8.118	7.834	7.557	7.287	19
20	9.300	9.162	8.842	8.523	8.209	7.903	7.605	20
22	10.266	10.092	9.704	9.318	8.941	8.573	8.216	22
24	11.228	11.016	10.553	10.095	9.648	9.214	8.795	24
25	11.707	11.476	10.973	10.476	9.992	9.523	9.072	25
26	12.186	11.934	11.390	10.853	10.331	9.826	9.341	26
28	13.141	12.844	12.213	11.593	10.991	10.411	9.857	28
30	14.092	13.748	13.024	12.314	11.627	10.969	10.342	30
32	15.041	14.646	13.822	13.017	12.241	11.500	10.799	32
34	15.986	15.537	14.607	13.702	12.832	12.006	11.227	34
35	16.458	15.980	14.995	14.037	13.120	12.250	11.432	35
36	16.928	16.421	15.350	14.369	13.402	12.487	11.630	36
38	17.867	17.299	16.140	15.018	13.950	12.944	12.006	38
40	18.802	18.170	16.887	15.650	14.476	13.377	12.359	40
45	21.126	20.320	18.702	17.155	15.705	14.364	13.141	45
50	23.429	22.429	20.441	18.557	16.812	15.223	13.796	50
55	25.711	24.498	22.105	19.860	17.807	15.966	14.341	55
60	27.973	26.526	23.695	21.067	18.697	16.606	14.791	60
65	30.214	28.515	25.214	22.184	19.491	17.154	15.160	65
70	32.435	30.463	26.662	23.214	20.196	17.621	15.461	70
75	34.635	32.372	28.042	24.163	20.821	18.017	15.706	75
80	36.814	34.242	29.356	25.035	21.372	18.352	15.903	80
85	38.973	36.073	30.605	25.835	21.857	18.635	16.062	85
90	41.112	37.866	31.792	26.566	22.283	18.871	16.189	90
95	43.230	39.620	32.918	27.235	22.655	19.069	16.290	95
100	45.328	41.336	33.985	27.844	22.980	19.234	16.371	100

ANNUAL COST GRADIENT FACTORS(A/G)

N	7%	8%	9%	10%	12%	15%	18%	N
2	0.483	0.481	0.478	0.476	0.472	0.465	0.459	2
3	0.955	0.949	0.943	0.936	0.925	0.907	0.890	3
4	1.415	1.404	1.392	1.381	1.359	1.326	1.295	4
5	1.865	1.846	1.828	1.810	1.775	1.723	1.673	5
6	2.303	2.276	2.250	2.224	2.172	2.097	2.025	6
7	2.730	2.694	2.657	2.622	2.551	2.450	2.353	7
8	3.146	3.099	3.051	3.004	2.913	2.781	2.656	8
9	3.552	3.491	3.431	3.372	3.257	3.092	2.936	9
10	3.946	3.871	3.798	3.725	3.585	3.383	3.194	10
11	4.330	4.239	4.151	4.064	3.895	3.655	3.430	11
12	4.702	4.596	4.491	4.388	4.190	3.908	3.647	12
13	5.065	4.940	4.818	4.699	4.468	4.144	3.845	13
14	5.417	5.273	5.133	4.995	4.732	4.362	4.025	14
15	5.758	5.594	5.435	5.279	4.980	4.565	4.189	15
16	6.090	5.905	5.724	5.549	5.215	4.752	4.337	16
17	6.411	6.204	6.002	5.807	5.435	4.925	4.471	17
18	6.722	6.492	6.269	6.053	5.643	5.084	4.592	18
19	7.024	6.770	6.524	6.286	5.838	5.231	4.700	19
20	7.316	7.037	6.767	6.508	6.020	5.365	4.798	20
22	7.872	7.541	7.223	6.919	6.351	5.601	4.963	22
24	8.392	8.007	7.638	7.288	6.641	5.798	5.095	24
25	8.639	8.225	7.832	7.458	6.771	5.883	5.150	25
26	8.877	8.435	8.016	7.619	6.892	5.961	5.199	26
28	9.329	8.829	8.357	7.914	7.110	6.096	5.281	28
30	9.749	9.190	8.666	8.176	7.297	6.207	5.345	30
32	10.138	9.520	8.944	8.409	7.459	6.297	5.394	32
34	10.499	9.821	9.193	8.615	7.596	6.371	5.433	34
35	10.669	9.961	9.308	8.709	7.658	6.402	5.449	35
36	10.832	10.095	9.417	8.796	7.714	6.433	5.462	36
38	11.140	10.344	9.617	8.956	7.814	6.478	5.485	38
40	11.423	10.570	9.796	9.096	7.899	6.517	5.502	40
45	12.036	11.045	10.160	9.374	8.057	6.583	5.529	45
50	12.529	11.411	10.429	9.570	8.160	6.620	5.543	50
55	12.921	11.690	10.626	9.708	8.225	6.641	5.549	55
60	13.232	11.902	10.768	9.802	8.266	6.653	5.553	60
65	13.476	12.060	10.870	9.867	8.292	6.659	5.554	65
70	13.666	12.178	10.943	9.911	8.308	6.663	5.555	70
75	13.814	12.266	10.994	9.941	8.318	6.665	5.555	75
80	13.927	12.330	11.030	9.961	8.324	6.666	5.555	80
85	14.015	12.377	11.055	9.974	8.328	6.666	5.555	85
90	14.081	12.412	11.073	9.983	8.330	6.666	5.556	90
95	14.132	12.437	11.085	9.989	8.331	6.667	5.556	95
100	14.170	12.455	11.093	9.993	8.332	6.667	5.556	100

TABLE A-26

ANNUAL COST GRADIENT FACTORS(A/G)

N	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%	N
2	0.455	0.444	0.435	0.426	0.417	0.408	0.400	2
3	0.879	0.852	0.827	0.803	0.780	0.758	0.737	3
4	1.274	1.225	1.178	1.134	1.092	1.053	1.015	4
5	1.641	1.563	1.490	1.422	1.358	1.298	1.242	5
6	1.979	1.868	1.765	1.670	1.581	1.499	1.423	6
7	2.290	2.142	2.006	1.881	1.766	1.661	1.565	7
8	2.576	2.387	2.216	2.060	1.919	1.791	1.675	8
9	2.836	2.605	2.396	2.209	2.042	1.893	1.760	9
10	3.074	2.797	2.551	2.334	2.142	1.973	1.824	10
11	3.289	2.966	2.683	2.436	2.221	2.034	1.871	11
12	3.484	3.115	2.795	2.520	2.285	2.082	1.907	12
13	3.660	3.244	2.889	2.589	2.334	2.118	1.933	13
14	3.817	3.356	2.968	2.644	2.373	2.145	1.952	14
15	3.959	3.453	3.034	2.689	2.403	2.165	1.966	15
16	4.085	3.537	3.089	2.725	2.426	2.180	1.976	16
17	4.198	3.608	3.135	2.753	2.444	2.191	1.983	17
18	4.298	3.670	3.172	2.776	2.458	2.200	1.988	18
19	4.386	3.722	3.202	2.793	2.468	2.206	1.991	19
20	4.464	3.767	3.228	2.808	2.476	2.210	1.994	20
22	4.594	3.836	3.265	2.827	2.487	2.216	1.997	22
24	4.694	3.886	3.289	2.839	2.493	2.219	1.999	24
25	4.735	3.905	3.298	2.843	2.494	2.220	1.999	25
26	4.771	3.921	3.305	2.847	2.496	2.221	1.999	26
28	4.829	3.946	3.315	2.851	2.498	2.221	2.000	28
30	4.873	3.963	3.322	2.853	2.499	2.222	2.000	30
32	4.906	3.975	3.326	2.855	2.499	2.222	2.000	32
34	4.931	3.983	3.329	2.856	2.500	2.222	2.000	34
35	4.941	3.986	3.330	2.856	2.500	2.222	2.000	35
36	4.949	3.988	3.330	2.856	2.500	2.222	2.000	36
38	4.963	3.992	3.332	2.857	2.500	2.222	2.000	38
40	4.973	3.995	3.332	2.857	2.500	2.222	2.000	40
45	4.988	3.998	3.333	2.857	2.500	2.222	2.000	45
50	4.995	3.999	3.333	2.857	2.500	2.222	2.000	50
55	4.998	4.000	3.333	2.857	2.500	2.222	2.000	55
60	4.999	4.000	3.333	2.857	2.500	2.222	2.000	60
65	5.000	4.000	3.333	2.857	2.500	2.222	2.000	65
70	5.000	4.000	3.333	2.857	2.500	2.222	2.000	70
75	5.000	4.000	3.333	2.857	2.500	2.222	2.000	75
80	5.000	4.000	3.333	2.857	2.500	2.222	2.000	80
85	5.000	4.000	3.333	2.857	2.500	2.222	2.000	85
90	5.000	4.000	3.333	2.857	2.500	2.222	2.000	90
95	5.000	4.000	3.333	2.857	2.500	2.222	2.000	95
100	5.000	4.000	3.333	2.857	2.500	2.222	2.000	100

کتابخانه مرکز آموزش عالی
رحمات

Table B-1 EFFECTIVE RATES FOR SPECIFIC NOMINAL RATES*

Nominal rate, $r\%$	Semiannually ($t = 2$)	Quarterly ($t = 4$)	Monthly ($t = 12$)	Weekly ($t = 52$)	Daily ($t = 365$)	Continuously ($t = \infty; e^r - 1$)
0.25	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250
0.50	0.501	0.501	0.501	0.501	0.501	0.501
0.75	0.751	0.752	0.753	0.753	0.753	0.753
1.00	1.003	1.004	1.005	1.005	1.005	1.005
1.50	1.506	1.508	1.510	1.511	1.511	1.511
2	2.010	2.015	2.018	2.020	2.020	2.020
3	3.023	3.034	3.042	3.044	3.045	3.045
4	4.040	4.060	4.074	4.079	4.081	4.081
5	5.063	5.095	5.116	5.124	5.126	5.127
6	6.090	6.136	6.168	6.180	6.180	6.184
7	7.123	7.186	7.229	7.246	7.247	7.251
8	8.160	8.243	8.300	8.324	8.325	8.329
9	9.203	9.308	9.381	9.409	9.413	9.417
10	10.250	10.381	10.471	10.506	10.516	10.517
11	11.303	11.462	11.572	11.614	11.623	11.628
12	12.360	12.551	12.683	12.734	12.745	12.750
13	13.423	13.648	13.803	13.864	13.878	13.883
14	14.490	14.752	14.934	15.006	15.022	15.027
15	15.563	15.865	16.076	16.158	16.177	16.183
16	16.640	16.986	17.227	17.322	17.345	17.351
17	17.723	18.115	18.389	18.497	18.524	18.530
18	18.810	19.252	19.562	19.684	19.714	19.722
19	19.903	20.397	20.745	20.883	20.917	20.925
20	21.000	21.551	21.939	22.093	22.132	22.140
21	22.103	22.712	23.144	23.315	23.358	23.368
22	23.210	23.883	24.359	24.549	24.598	24.608
23	24.323	25.061	25.586	25.796	25.849	25.860
24	25.440	26.248	26.824	27.054	27.113	27.125
25	26.563	27.443	28.073	28.325	28.390	28.403
26	27.690	28.646	29.333	29.609	29.680	29.693
27	28.823	29.859	30.605	30.905	30.982	30.996
28	29.960	31.079	31.888	32.213	32.298	32.313
29	31.103	32.309	33.183	33.535	33.626	33.643
30	32.250	33.547	34.489	34.869	34.968	34.986
31	33.403	34.794	35.807	36.217	36.327	36.343
32	34.560	36.049	37.137	37.578	37.693	37.713
33	35.723	37.313	38.478	38.952	39.076	39.097
34	36.890	38.586	39.832	40.339	40.472	40.495
35	38.063	39.868	41.198	41.740	41.883	41.907
40	44.000	46.410	48.213	48.954	49.150	49.182
45	50.063	53.179	55.545	56.528	56.788	56.831
50	56.250	60.181	63.209	64.479	64.816	64.872

*Formula used: $(1 + r/t)^t - 1$.

جدول فرمال

Proportions of the Normal Curve (One-Tailed)

This table gives the proportion of the normal curve that lies beyond (i.e., is more extreme than) a given normal deviate, $Z = (X_i - \mu)/\sigma$ or $Z = (\bar{X} - \mu)/\sigma_{\bar{X}}$. For example, the proportion of a normal distribution for which $Z \geq 1.51$ is 0.0655.

Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z
0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641	0.0
0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247	0.1
0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859	0.2
0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483	0.3
0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121	0.4
0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776	0.5
0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451	0.6
0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2297	0.2266	0.2236	0.2207	0.2177	0.2148	0.7
0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867	0.8
0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611	0.9
1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379	1.0
1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170	1.1
1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985	1.2
1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823	1.3
1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681	1.4
1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559	1.5
1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455	1.6
1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367	1.7
1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294	1.8
1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233	1.9
2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183	2.0
2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143	2.1
2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110	2.2
2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084	2.3
2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064	2.4
2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048	2.5
2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036	2.6
2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026	2.7
2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019	2.8
2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014	2.9
3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010	3.0
3.1	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007	3.1
3.2	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005	3.2
3.3	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003	3.3
3.4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002	3.4
3.5	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	3.5
3.6	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	3.6
3.7	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	3.7
3.8	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	3.8